

Francesco Dalla Valle

INTRODUZIONE OPERATIVA
al CONCETTO
di ENERGIA

- Prima stesura -

Alla realizzazione del presente lavoro, ed in particolare alla progettazione e alla costruzione delle apparecchiature sperimentali, è stato essenziale il contributo di ENZO CORTESI

Corso di aggiornamento sul tema:

"I nuovi programmi di Fisica nel biennio della Scuola Secondaria Superiore"
autorizzato dal: M.P.I. - Ufficio Studi e Programmazione - D.M. del 19/2/1988
tenuto a LUGO (RA) - Liceo Scientifico "G. Ricci Curbastro" - 7÷11/11/1988
e promosso da

A.I.F.

Associazione per l'Insegnamento della Fisica

PREMESSA

In questo fascicolo viene descritta una parte del contenuto del corso di fisica da me svolto per una decina di anni, e tuttora svolto dai miei ex-colleghi, nel biennio del Liceo Scientifico "Gregorio Ricci Curbastro" di Lugo.⁽¹⁾

Gli aspetti scientifici, didattici e metodologici del corso si fondano essenzialmente su molti degli spunti emersi e delle proposte avanzate durante la "Sessione di lavoro per un insegnamento coordinato della Fisica e delle Scienze nel biennio liceale"⁽²⁾, tenutasi a Castel S. Pietro Terme (BO) dal 30 aprile al 5 maggio 1973, e nel corso delle successive sessioni di lavoro tenutesi sullo stesso argomento presso l'Istituto di Fisica dell'Università degli Studi di Bologna⁽³⁾.

Naturalmente, sia l'impostazione generale della struttura del corso, sia le proposte sperimentali, sia gli aspetti concettuali, con gli aggiustamenti e le variazioni scaturiti dalla quotidiana esperienza di insegnamento, sempre fonte di nuovi spunti e di nuove idee, hanno subito una evoluzione, a mio giudizio, positiva, verso rielaborazioni e ristrutturazioni via via più razionali e più efficaci dal punto di vista didattico.

Anche le apparecchiature sperimentali, inizialmente solo pensate, sono state progettate e in gran parte realizzate, sono state gradualmente perfezionate e progressivamente rese più affidabili e sono state arricchite ed integrate con nuove progettazioni e nuove realizzazioni. Ora, esse consentono di condurre l'attività didattica con la buona tranquillità di poter contare su risultati sperimentali aventi limitata incertezza e sufficiente attendibilità, e cioè su risultati idonei a

(1) Complessivamente nel corso vengono trattati argomenti appartenenti a due grandi temi: "L'introduzione sperimentale alla conoscenza della struttura della materia procedendo dal macroscopico al microscopico" e "L'introduzione sperimentale operativa al concetto di energia e alle sue trasformazioni". Il contenuto di questo fascicolo si riferisce prevalentemente al secondo tema.

(2) Si fa particolare riferimento ai risultati ottenuti dal gruppo di lavoro costituito da Baucia, Dalla Valle, Gabannino, Marchetto, Renzetti, Vitaletti.

(3) Tutte le sessioni di lavoro in questione sono state proposte, organizzate e dirette dalla prof.^{ssa} Sig.^{ra} Nella Grimellini Tomasini.

favorire la comprensione e il possesso dei concetti ed a sostenere validamente la bontà dei "modelli" di volta in volta "costruiti" al fine di pervenire ad una soddisfacente interpretazione organica, logica e unitaria dei vari fenomeni studiati.

E' evidente che il tutto presuppone l'adozione di una metodologia che non si fondi su assunti "veri" per definizione, ma su una solida base sperimentale quantitativa sviluppata, elaborata ed inserita organicamente in "costruzioni" teoriche generali, con la partecipazione creativa degli allievi.

Penso che già ora il contenuto di questo fascicolo possa essere considerato un buon punto di partenza per impostare ed intraprendere con efficacia lo studio della meccanica e della termodinamica, pur prevedendo che quanto meno alcuni particolari sono destinati inevitabilmente a subire degli aggiustamenti e dei miglioramenti.

Proprio in quest'ultima prospettiva devo dire che, tra gli intenti che mi hanno animato nella stesura del presente fascicolo, vi è anche la speranza che il lavoro descritto possa avere l'effetto di suscitare un qualche interesse sufficientemente stimolante da indurre alcuni colleghi ad intraprendere un'attività didattica ad esso ispirata e tale da riuscire, con i risultati ottenuti, a fornire in critiche, in suggerimenti, in proposte di variazioni e di perfezionamenti, contributi utili a rivederlo e a riorganizzarlo in modo più lineare.

Se ciò accadesse, il lavoro, guadagnando in completezza ed in organicità, potrebbe giungere un po' più vicino a quei livelli di efficacia didattica che tutti ricerchiamo per rendere più formativo e sostanzioso l'insegnamento della fisica nel biennio delle scuole secondarie superiori⁽⁴⁾

(4) Alla realizzazione e sistemazione logica e concettuale di tutto il lavoro hanno fornito contributi importanti gli assistenti di laboratorio del liceo scientifico "G. Ricci Curbastro" di Lugo: Ermes Baioni ed Enzo Cortesi.

FENOMENI TERMICI

1 || Facendo riferimento alle conoscenze che vengono acquisite mediante la comune quotidiana esperienza, è possibile prendere chiara coscienza di essere in possesso dei seguenti concetti, che, perciò possono essere considerati definitivamente e completamente noti anche agli studenti prima di iniziare il lavoro:

- due corpi rispettivamente alla temperatura t_1 e t_2 diverse tra loro, dopo un tempo più o meno lungo raggiungono la stessa temperatura t_f .
- se t_a è il valore della temperatura ambiente e i due corpi sono rispettivamente alle temperature t_1 e t_2 , diverse tra loro, dopo un tempo più o meno lungo risulta $t_f = t_a$.

2 CALORIMETRO || Nel seguito verranno descritte alcune esperienze, la cui realizzazione è resa possibile quando si può avere a disposizione uno speciale apparecchio, il calorimetro, in grado di isolare nel miglior modo possibile l'ambiente ad esso interno dall'ambiente esterno.

Con l'uso di tale apparecchio si possono ottenere risultati idonei a sviluppare lo studio quantitativo dei fenomeni termici. Un buon calorimetro può essere costruito praticando in un blocco di polistirolo espanso una opportuna cavità entro la quale può trovare adatta sede un comune bicchiere di plastica; l'apertura va ricoperta da una lastra di polistirolo espanso (di qualche centimetro di

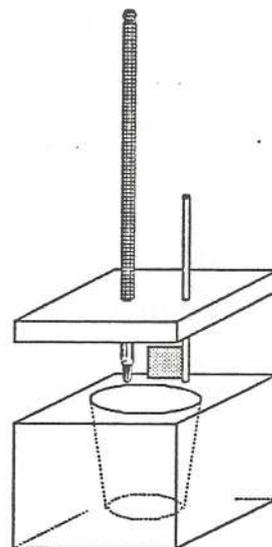


fig. 1 - Calorimetro

spessore), nella quale sono stati praticati due fori per consentire l'introduzione di un termometro che permette di misurare la temperatura all'interno e di un agitatore che permette di mescolare il contenuto (fig. 1).

3 ESPERIENZA || Un calorimetro contenga una massa, m , di acqua alla temperatura t_1 , e un altro recipiente contenga un'altra massa, m , uguale di acqua alla temperatura t_2 ($t_1 < t_2$).

Si versi nel calorimetro l'acqua contenuta nel recipiente, avendo cura di eseguire tale operazione abbastanza in fretta. Si misuri la temperatura t_f della massa $2m$ di acqua risultante in tal modo contenuta nel calorimetro. Si ottiene, entro l'ambito delle inevitabili incertezze proprie dell'attività sperimentale,

$$t_f = \frac{t_1 + t_2}{2} .$$

Il risultato sarà tanto migliore quanto più la temperatura ambiente t_a avrà un valore vicino a quello della temperatura finale t_f , cioè quanto più il valore t_a risulterà vicino al valore della temperatura media tra t_1 e t_2 .

Concretamente l'esperimento potrebbe essere realizzato con due masse uguali m di 50g di acqua ciascuna rispettivamente alle temperature $t_1 = 10^\circ\text{C}$ e $t_2 = 40^\circ\text{C}$. La massa $2m = 100\text{g}$ di acqua in tal modo ottenuta nel calorimetro, risulterebbe, entro l'ambito delle incertezze sperimentali, alla temperatura finale $t_f = 25^\circ\text{C}$.

Potrebbe essere conveniente, per raggiungere una maggiore chiarezza, ripetere concretamente l'esperimento utilizzando ancora masse uguali tra loro di 50g di acqua ciascuna, rispettivamente alle stesse temperature considerate nel caso precedente, $t_1 = 10^\circ\text{C}$ e $t_2 = 40^\circ\text{C}$, con l'unica variazione consistente nel fatto che la massa m di 50g di acqua contenuta nel calorimetro, questa volta dovrebbe essere inizialmente, alla temperatura di 40°C

Anche in tal caso, la massa $2m = 100\text{g}$ di acqua ottenuta versando nel calorimetro anche l'acqua avente inizialmente la temperatura di 10°C , raggiungerebbe, sempre entro le incertezze sperimentali, una temperatura finale $t_f = 25^\circ\text{C}$.

E' consigliabile ripetere concretamente l'esperimento utilizzando masse uguali tra loro di un altro liquido: ad esempio due masse uguali di 50g di paraffin alle temperature $t_1 = 10^\circ\text{C}$ e $t_2 = 40^\circ\text{C}$.

Considerazione importante. Una semplice riflessione sui risultati degli esperimenti descritti, induce, senza difficoltà, ad ammettere che le due masse uguali, m , di liquido inizialmente alle temperature diverse t_1 e t_2 , si siano scambiate tra loro "qualcosa" per raggiungere la stessa temperatura finale t_f , subendo ciascuna un'identica variazione di temperatura $t_2 - t_f = t_f - t_1$. Infatti risulta:

$$t_2 - t_f = t_2 - \frac{t_1 + t_2}{2} = \frac{2t_2 - t_1 - t_2}{2} = \frac{t_2 - t_1}{2};$$

$$t_f - t_1 = \frac{t_1 + t_2}{2} - t_1 = \frac{t_1 + t_2 - 2t_1}{2} = \frac{t_2 - t_1}{2}.$$

Anzi, per essere maggiormente precisi, induce ad ammettere che tutto il "qualcosa" ceduto dalla massa m di liquido, inizialmente alla temperatura maggiore t_2 , per passare alla temperatura finale t_f , subendo la variazione di temperatura $t_2 - t_f$, sia stato completamente acquistato dalla massa uguale m di liquido, inizialmente alla temperatura minore t_1 , per passare alla temperatura finale t_f , subendo la variazione di temperatura $t_f - t_1 = t_2 - t_f$.

4 ESPERIENZA || a) Si esegua accuratamente la seguente esperienza. Una massa $m = 50\text{g}$ di acqua alla temperatura $t_1 = 12^\circ\text{C}$ viene versata in un calorimetro contenente una massa $2m = 100\text{g}$ di acqua alla temperatura $t_2 = 36^\circ\text{C}$. La temperatura finale t_f della massa $m + 2m = 3m = 150\text{g}$ di acqua, in tale modo ottenuta, risulta (entro l'ambito degli inevitabili errori sperimentali) $t_f = 28^\circ\text{C}$.

Si osservi che la massa m di 50g di acqua, inizialmente alla temperatura $t_1 = 12^\circ\text{C}$ è passata alla temperatura finale $t_f = 28^\circ\text{C}$,

subendo una variazione di temperatura $t_f - t_1 = 28^\circ\text{C} - 12^\circ\text{C} = 16^\circ\text{C}$, mentre la massa $2m$ di 100g di acqua, inizialmente alla temperatura $t_2 = 36^\circ\text{C}$, è passata alla temperatura finale $t_f = 28^\circ\text{C}$, subendo una variazione di temperatura $t_2 - t_f = 36^\circ\text{C} - 28^\circ\text{C} = 8^\circ\text{C}$.

Si noti, allora, che le variazioni di temperatura subite dalle due masse ($t_f - t_1 = 16^\circ\text{C}$ per la massa $m = 50\text{g}$ di acqua, e $t_2 - t_f = 8^\circ\text{C}$ per la massa $2m = 100\text{g}$ di acqua), risultano inversamente proporzionali alle masse stesse. Infatti risulta:

$$m(t_f - t_1) = 50\text{g} \cdot 16^\circ\text{C} = 800 \text{ g} \cdot ^\circ\text{C}.$$

$$2m(t_2 - t_f) = 100\text{g} \cdot 8^\circ\text{C} = 800 \text{ g} \cdot ^\circ\text{C}.$$

Quindi si ha:

$$m(t_f - t_1) = 2m(t_2 - t_f)$$

da cui

$$mt_f - mt_1 = 2mt_2 - 2mt_f$$

cioè:

$$3mt_f = mt_1 + 2mt_2$$

da cui

$$t_f = \frac{mt_1 + 2mt_2}{3m} = \frac{t_1 + 2t_2}{3} = \frac{12^\circ\text{C} + 2 \cdot 36^\circ\text{C}}{3} = \frac{12^\circ\text{C} + 72^\circ\text{C}}{3} = 28^\circ\text{C}.$$

Potrebbe essere conveniente ripetere concretamente l'esperimento mantenendo costanti le due masse ma scambiando le temperature iniziali, cioè operando con la massa $m = 50\text{g}$ di acqua alla temperatura iniziale $t_1 = 36^\circ\text{C}$ e con la massa $2m = 100\text{g}$ di acqua alla temperatura iniziale $t_2 = 12^\circ\text{C}$. La temperatura finale, t_f , della massa $m + 2m = 3m = 150\text{g}$ di acqua contenuta nel calorimetro alla fine dell'esperimento, risulterebbe, entro le incertezze sperimentali, $t_f = 20^\circ\text{C}$.

Le variazioni di temperatura subite dalle due masse di acqua, $m = 50\text{g}$ e $2m = 100\text{g}$, risulterebbero rispettivamente $t_1 - t_f = 36^\circ\text{C} - 20^\circ\text{C} = 16^\circ\text{C}$ e $t_f - t_2 = 20^\circ\text{C} - 12^\circ\text{C} = 8^\circ\text{C}$.

Perciò, anche in questo caso, risulterebbe:

$$m(t_1 - t_f) = 2m(t_f - t_2)$$

da cui segue

$$mt_1 - mt_f = 2mt_f - 2mt_2$$

cioè:

$$3mt_f = mt_1 + 2mt_2$$

da cui

$$t_f = \frac{t_1 + 2t_2}{3} \quad \text{cioè}$$

$$t_f = \frac{36^\circ\text{C} + 2 \cdot 12^\circ\text{C}}{3} = \frac{36^\circ\text{C} + 24^\circ\text{C}}{3} = 20^\circ\text{C}.$$

Potrebbe, inoltre, risultare conveniente ripetere concretamente l'esperimento utilizzando masse identiche m e $2m$ di un qualunque altro liquido rispettivamente alle medesime temperature del caso già descritto per l'acqua, cioè $t_1 = 12^\circ\text{C}$ e $t_2 = 36^\circ\text{C}$. Il paraflù potrebbe servire assai bene allo scopo.

b) Più in generale si esegua la seguente esperienza. Una massa m_1 di acqua alla temperatura t_1 viene versata in un calorimetro contenente una massa m_2 di acqua alla temperatura t_2 (si ammetta, ad esempio, che sia $t_1 < t_2$). La temperatura finale della massa $m = m_1 + m_2$ di acqua, in tal modo ottenuta, risulta, entro le incertezze sperimentali, t_f .

Le due masse m_1 ed m_2 hanno, perciò, subito, rispettivamente, una variazione di temperatura $t_f - t_1$ e $t_2 - t_f$.

Ricordando le precedenti esperienze e, in particolare, le relazioni da esse ricavate, non appare difficile riconoscere che, anche in questo caso, le masse m_1 e m_2 e le rispettive variazioni di temperatura risultano tra loro inversamente proporzionali, cioè risultano tali per cui si ha:

$$m_1(t_f - t_1) = m_2(t_2 - t_f)$$

da cui

$$m_1 t_f - m_1 t_1 = m_2 t_2 - m_2 t_f$$

$$m_1 t_f + m_2 t_f = m_1 t_1 + m_2 t_2$$

$$t_f = \frac{m_1 t_1 + m_2 t_2}{m_1 + m_2}$$

Potrebbe essere conveniente ripetere l'esperimento utilizzando sempre le stesse masse m_1 ed m_2 di un altro liquido, rispettivamente alle stesse temperature t_1 e t_2 . Il liquido potrebbe essere paraflù.

Considerazione importante. Anche in questo caso, così come è avvenuto alla conclusione del punto precedente, una semplice riflessione sui risultati degli esperimenti descritti, induce, con molta naturalezza, ad ammettere che le due masse di liquido m_1 ed m_2 , rispettivamente alle temperature iniziali t_1 e t_2 , si siano scambiate tra loro "qualcosa", e che tutto il "qualcosa" ceduto dalla massa inizialmente alla temperatura maggiore per passare alla temperatura finale t_f , sia stato completamente acquistato dalla massa inizialmente a temperatura minore per raggiungere la stessa temperatura finale t_f , determinando in entrambe le masse variazioni di temperature inversamente proporzionali alle masse stesse.

5 || Per rendere il linguaggio più scorrevole e per uniformarlo all'uso più comunemente diffuso, al "qualcosa", di cui si è parlato nei due punti precedenti, per definizione, viene attribuito il nome di calore.

La somministrazione e la sottrazione di calore rende, in generale, possibile la variazione di temperatura di un corpo.

Non sempre la somministrazione e la sottrazione di calore determinano una variazione della temperatura dei corpi: per convincersene è sufficiente pensare al fenomeno, già noto, dei "punti fissi", cioè alle temperature di fusione e di ebollizione di una sostanza.

6 || Problema. Due corpi, ognuno dei quali costituito di sostanza diversa, ma aventi masse uguali tra loro, acquistando o cedendo la stessa quantità di calore, subiranno la stessa variazione di temperatura?⁽⁵⁾

(5) La risposta più naturale a tale problema sembrerebbe potersi ottenere mediante una prova sperimentale analoga a quella descritta al punto 3, usando due masse uguali di liquidi di natura diversa, anziché usare, come in quel caso, un unico liquido (l'acqua). Le seguenti tre prove sperimentali, invece, consentono di riconoscere che con tale procedimento non si riesce a dare, in modo semplice, la risposta al problema.

- a) Si mescolano una massa di 50g di acqua alla temperatura di 20°C con una massa uguale di 50g di acqua alla stessa temperatura di 20°C. Si ottiene una massa di 100g di acqua ancora alla temperatura di 20°C.

7 || Una prima risposta al problema proposto, può essere ottenuta mediante la seguente prova sperimentale.

Un corpo solido⁽⁶⁾ di massa m , alla temperatura nota⁽⁷⁾, t_2 , viene immerso completamente in una massa uguale m di acqua, contenuta in un calorimetro, alla temperatura nota t_1 ($t_1 < t_2$)⁽⁸⁾.

Dopo un tempo sufficientemente lungo, la temperatura del sistema raggiunge il valore finale t_f , provocando variazioni di temperatura, $t_2 - t_f$, del corpo e, $t_f - t_1$, dell'acqua, diverse tra loro, e tali da stare nella seguente relazione:

$$t_f - t_1 < t_2 - t_f.$$

Una prova sperimentale eseguita concretamente utilizzando un corpo di ferro, avente la massa m di 147g e la temperatura iniziale di $t_2 = 46^\circ\text{C}$, e una massa uguale m di acqua alla temperatura iniziale $t_1 = 21^\circ\text{C}$, ha fornito una temperatura finale del sistema acqua-corpo, $t_f = 24^\circ\text{C}$, determinando in tal modo le variazioni di temperatura:

$$\text{per l'acqua di } t_f - t_1 = 24^\circ\text{C} - 21^\circ\text{C} = 3^\circ\text{C}$$

$$\text{per il corpo di } t_2 - t_f = 46^\circ\text{C} - 24^\circ\text{C} = 22^\circ\text{C}$$

da cui risulta proprio $t_f - t_1 < t_2 - t_f$.

Anche ripetendo la prova sperimentale con la variante consistente nell'aver deciso di operare scegliendo la temperatura t_2 del corpo minore della temperatura t_1 dell'acqua, si ottiene una temperatura

b) Si mescolano una massa di 50 g di alcool alla temperatura di 20°C con una massa uguale di 50 g di alcool alla stessa temperatura di 20°C . Si ottiene una massa di 100 g di alcool ancora alla temperatura di 20°C .

c) Si mescolano una massa di 50g di acqua alla temperatura di 20°C con una massa uguale di 50g di alcool alla stessa temperatura di 20°C . Si ottiene una massa di 100g di soluzione acqua-alcool alla temperatura di circa 27°C (calore di soluzione).

(6) E' preferibile che il corpo, il quale deve sempre essere insolubile nell'acqua, sia costituito di una sola sostanza. Potrebbe ad esempio essere di ferro.

(7) Il valore della temperatura del corpo può essere ottenuto immergendo completamente il corpo stesso entro un recipiente contenente acqua. Dopo un tempo sufficientemente lungo, il corpo e l'acqua raggiungono la stessa temperatura. La misura della temperatura dell'acqua fornisce, allora, il valore della temperatura del corpo

(8) Se t_a è il valore della temperatura ambiente, la prova sperimentale fornirà un risultato migliore, scegliendo i valori delle temperature t_1 e t_2 in modo tale che risulti $t_1 < t_a < t_2$.

finale, t_f , del sistema (acqua-corpo), tale che le variazioni di temperature, $t_f - t_2$ del corpo e $t_1 - t_f$ dell'acqua, soddisfano ancora la relazione:

$$t_1 - t_f < t_f - t_2.$$

Ciò significa che la stessa quantità di calore scambiata tra le masse uguali di acqua e di un corpo, determina variazioni di temperatura diverse nell'acqua e nel corpo. In definitiva si può affermare che masse uguali di sostanze diverse, assorbendo o cedendo la stessa quantità di calore, variano la loro temperatura in maniera diversa⁽⁹⁾.

8 || Un'altra semplice risposta al problema, forse più generale e certamente più ricca di possibili sviluppi di quella precedentemente descritta, si può ottenere ricorrendo all'uso di un'opportuna sorgente di calore. Si tratta di trovare una sorgente in grado di trasferire "tutto" il calore da essa sviluppato al corpo o al sistema di corpi che con essa vengono a contatto.

Una sorgente di calore, avente una tale caratteristica, è costituita, ad esempio, da una resistenza elettrica, R , totalmente immersa in un liquido, non conduttore, contenuto in un calorimetro. Quando tale resistenza è sottoposta ad una differenza di potenziale, V , nota e costante nel tempo, ed è percorsa da una corrente elettrica, i , nota e costante nel tempo, tale resistenza, R , sviluppa, ogni secondo, una nota,

(9) In relazione all'esperimento concretamente eseguito con le due masse identiche $m = 147$ g di ferro ed $m = 147$ g di acqua, si possono fare, pur entro le incertezze dei risultati sperimentali ottenuti, le seguenti valutazioni quantitative.

La massa m di ferro e l'identica massa m di acqua, scambiandosi tra loro la stessa quantità di calore hanno rispettivamente subito le variazioni di temperatura $t_2 - t_f = 22^\circ\text{C}$ e $t_f - t_1 = 3^\circ\text{C}$, cioè la temperatura di ogni grammo di ferro è diminuita di $t_2 - t_f = 22^\circ\text{C}$ e la temperatura di ogni grammo di acqua è aumentata di $t_f - t_1 = 3^\circ\text{C}$.

Da ciò si ricava facilmente che la quantità di calore capace di far variare di 1°C la temperatura di un grammo di acqua, è in grado di far variare di $(\frac{22}{3})^\circ\text{C} = 7,3^\circ\text{C}$ la temperatura di un grammo di ferro. In altre parole, ciò significa che la quantità di calore occorrente per far variare di 1°C la temperatura di un grammo di ferro è di 7,3 volte inferiore a quella necessaria per far variare di 1°C la temperatura di un grammo di acqua; cioè, per far variare di 1°C la temperatura di un grammo di ferro, occorre $(\frac{1}{7,3}) = 0,14$ della quantità di calore necessaria per far variare di 1°C la temperatura di un grammo di acqua.

precisa e costante quantità di calore, Q , che viene totalmente trasferita al liquido.

Le seguenti prove sperimentali consentono di capire abbastanza facilmente il modo con cui effettivamente con tale apparecchiatura è possibile rispondere in maniera esauriente al problema posto al punto 6.

Esperienza. Il liquido contenuto nel calorimetro sia costituito da una massa m di acqua uguale a quella considerata nell'esperimento descritto al punto 3 e alla stessa temperatura iniziale t_1 . A partire dall'istante in cui si stabilisce agli estremi della resistenza elettrica, R , la differenza di potenziale costante, V , nota, e passa attraverso essa la corrente elettrica, i , nota e costante, si inizi la misura del tempo.

Si nota che col passare del tempo la temperatura dell'acqua cresce.

Sia τ l'intervallo di tempo trascorso quando si giunge all'istante in cui la temperatura dell'acqua ha raggiunto il valore t_f identico a quello assunto dalla temperatura finale nel citato esperimento descritto al punto 3.

E' evidente che la massa m di acqua, inizialmente alla temperatura t_1 , per passare alla temperatura finale t_f , ha acquistato dalla sorgente (la resistenza elettrica R che da ora in poi verrà chiamata "riscaldatore") "tutto" il calore sviluppato nell'intervallo di tempo τ , e che tale quantità di calore è identica a quella che, nell'esperimento descritto al punto 3, era stata acquistata dalla stessa massa m di acqua per passare anche allora dalla medesima temperatura iniziale t_1 alla stessa temperatura finale t_f ; l'unica differenza consiste nel fatto che, ora, la quantità di calore le è stata fornita "tutta" dal riscaldatore, mentre, allora, le era stata "tutta" ceduta dalla identica massa m di acqua per passare dalla temperatura iniziale $t_2 > t_1$ alla temperatura finale $t_f = (t_1 + t_2)/2$.

In concreto, proprio come nel caso del citato punto 3, l'esperimento può essere realizzato con la massa $m = 50\text{g}$ di acqua contenuta nel calorimetro alla temperatura iniziale $t_1 = 10^\circ\text{C}$.

Si fa funzionare il "riscaldatore" per l'intervallo di tempo τ necessario per sviluppare la quantità di calore, Q , bastevole per portare la temperatura dell'acqua dal valore iniziale $t_1 = 10^\circ\text{C}$ al valore $t_f = 25^\circ\text{C}$.

Si nota, poi, che per passare dalla temperatura $t_1 = 10^\circ\text{C}$ alla temperatura $t_f = 25^\circ\text{C}$, la massa $m = 50\text{g}$ di acqua ha dovuto necessariamente acquistare, ora, come nell'esperimento descritto al punto 3, la stessa quantità di calore, Q ; e si può osservare che i due casi differiscono soltanto per il fatto che nell'ultimo esperimento il calore assorbito dall'acqua è stato tutto quello fornito dal "riscaldatore", mentre, nell'esperimento descritto al punto 3, il calore assorbito dall'acqua è stato tutto quello ceduto dalla identica massa $m = 50\text{g}$ di acqua per passare dalla temperatura iniziale $t_2 = 40^\circ\text{C}$ alla temperatura finale $t_f = 25^\circ\text{C}$.

Ripetendo, sempre in concreto, l'esperimento usando una massa doppia $2m = 100\text{g}$ di acqua, e facendo funzionare il "riscaldatore", nelle identiche condizioni del caso precedente, per il tempo necessario affinché l'acqua varii ancora la sua temperatura da 10°C a 25°C , si trova che l'intervallo di tempo risulta 2τ , cioè doppio di quello precedente.

Più in generale, ripetendo più volte l'esperimento, mantenendo invariate le condizioni del "riscaldatore", con masse di acqua $m_1, m_2, m_3, \dots, m_n$ i rispettivi intervalli di tempo $\tau_1, \tau_2, \tau_3, \dots, \tau_n$ necessari per determinare la stessa variazione di temperatura, risultano proporzionali alle corrispondenti masse, cioè risulta:

$$\frac{m_1}{\tau_1} = \frac{m_2}{\tau_2} = \frac{m_3}{\tau_3} = \dots = \frac{m_n}{\tau_n}$$

E ciò significa, evidentemente, che le quantità di calore, necessarie per provocare variazioni di temperatura uguali in masse di acqua diverse, sono proporzionali alle masse stesse.

Infine, ripetendo ancora, in concreto, l'esperimento descritto al punto 3, usando, questa volta, come liquido contenuto nel calorimetro una massa di 50g di alcool, e mantenendo invariate le condizioni di funzionamento del "riscaldatore", si trova che l'intervallo di tempo τ_{alcool} per variare la temperatura del liquido da 10°C a 25°C risulta minore di quello necessario per determinare la stessa variazione di temperatura nella massa di 50g di acqua.

Ciò significa che masse uguali di sostanze diverse richiedono quantità di calore diverse per subire identiche variazioni di

temperatura. E ciò costituisce proprio la cercata risposta al quesito posto al punto 6.

9 || Da quanto precede, per essere in grado di fare una valutazione quantitativa delle quantità di calore che entrano in gioco nelle varie esperienze, risulta assai utile, anzi indispensabile, introdurre un'unità di misura del calore.

Da lungo tempo, viene comunemente usata, come unità di misura del calore, la "caloria", che è la quantità di calore necessaria per variare di un grado centigrado la temperatura di un grammo di acqua.

Più di recente, invece, ed, ora, in base ad un accordo internazionale, si è stabilito di assumere come unità di misura del calore il Joule. Il Joule è la quantità di calore necessaria per variare di un grado centigrado la temperatura della massa di 0.239g di acqua. Ciò significa che per variare di un grado centigrado la temperatura di un grammo di acqua occorrono 4,186 joule, cioè ciò significa che una caloria equivale a 4,186 joule (in pratica si può dire che una caloria equivale a 4,2 joule).

Facendo, poi, riferimento ad uno qualunque dei precedenti esperimenti descritti al punto 8, effettuati usando l'acqua come liquido contenuto nel calorimetro, risulta facile tarare il "riscaldatore". Basta, infatti, pensare che se per variare la temperatura dal valore iniziale, t_1 , a quello finale, t_f , della massa m (in g) di acqua, occorrono τ secondi, cioè se per sviluppare la quantità di calore $Q = m(t_f - t_1)$ calorie, ovvero, $Q = 4.186 \cdot m(t_f - t_1)$ joule, occorrono τ secondi, ogni secondo il "riscaldatore" sarà stato in grado di sviluppare:

$$\epsilon_c = \frac{Q}{\tau} = \frac{m(t_f - t_1)}{\tau} \quad \frac{\text{calorie}}{\text{secondo}}$$

ovvero

$$\epsilon_j = \frac{Q}{\tau} = \frac{4.186 \cdot m(t_f - t_1)}{\tau} \quad \frac{\text{joule}}{\text{secondo}}$$

Da ciò segue che il "riscaldatore" è capace di fornire:

$$- \text{una caloria in } \frac{1}{\epsilon_c} = \frac{\tau}{m(t_f - t_1)} \quad \text{secondi};$$

$$- \text{un joule in } \frac{1}{\epsilon_j} = \frac{\tau}{4,186 \cdot m(t_f - t_1)} \quad \text{secondi}.$$

La taratura⁽¹⁰⁾ del "riscaldatore" risulta assai importante, in quanto consente di misurare la quantità di calore occorrente per variare la temperatura di un qualsiasi corpo di un grado, o, ancor più in

10 Il "riscaldatore" effettivamente usato per esguire le esperienze descritte, è costituito da una comune resistenza elettrica, R, di 6,8 ohm, in grado di sopportare un carico di 3 watt in aria, ed acquistabile in un qualunque negozio di vendita di materiale elettrico.

La resistenza R viene immersa completamente nell'acqua del calorimetro e viene alimentata da un generatore in grado di mantenere una corrente costante $i = 1,85$ A con una ddp, costante ai suoi estremi, di 12,0 V.

I valori ottenuti in alcune prove sperimentali eseguite, e mediante le quali è stato possibile effettuare la taratura del riscaldatore, sono i seguenti.

Per portare dalla temperatura iniziale di $t_1 = 10^\circ\text{C}$ alla temperatura finale di $t_2 = 25^\circ\text{C}$:

- la massa $m_1 = 50$ g di acqua il tempo occorso è stato $\tau_1 = 141$ s

- la massa $m_2 = 100$ g di acqua il tempo occorso è stato $\tau_2 = 283$ s

- la massa $m_3 = 150$ g di acqua il tempo occorso è stato $\tau_3 = 424$ s

Perciò la quantità di calore, ϵ_c in calorie, ed ϵ_j in joule, che il riscaldatore è in grado di sviluppare ogni secondo è, rispettivamente, di:

$$\epsilon_c = \frac{Q_1}{\tau_1} = \frac{m_1(t_2 - t_1)}{\tau_1} = \frac{50 \cdot 15 \text{ cal}}{141 \text{ s}} = 5,3 \frac{\text{cal}}{\text{s}}$$

$$\epsilon_j = \frac{Q_1}{\tau_1} = \frac{4,186 m_1(t_2 - t_1)}{\tau_1} = \frac{4,186 \cdot 50 \cdot 15 \text{ J}}{141 \text{ s}} = 22,3 \frac{\text{J}}{\text{s}}$$

$$\epsilon_c = \frac{Q_2}{\tau_2} = \frac{m_2(t_2 - t_1)}{\tau_2} = \frac{100 \cdot 15 \text{ cal}}{283 \text{ s}} = 5,3 \frac{\text{cal}}{\text{s}}$$

$$\epsilon_j = \frac{Q_2}{\tau_2} = \frac{4,186 m_2(t_2 - t_1)}{\tau_2} = \frac{4,186 \cdot 100 \cdot 15 \text{ J}}{283 \text{ s}} = 22,2 \frac{\text{J}}{\text{s}}$$

$$\epsilon_c = \frac{Q_3}{\tau_3} = \frac{m_3(t_2 - t_1)}{\tau_3} = \frac{150 \cdot 15 \text{ cal}}{424 \text{ s}} = 5,3 \frac{\text{cal}}{\text{s}}$$

$$\epsilon_j = \frac{Q_3}{\tau_3} = \frac{4,186 m_3(t_2 - t_1)}{\tau_3} = \frac{4,186 \cdot 150 \cdot 15 \text{ J}}{424 \text{ s}} = 22,2 \frac{\text{J}}{\text{s}}$$

Da cui segue, immediatamente, che il "riscaldatore", usato nelle condizioni descritte, fornisce $5,3 \text{ cal/s}$, cioè $22,2 \text{ J/s}$.

Segue inoltre che il riscaldatore è in grado di fornire:

$$- \text{una caloria in } \frac{1 \text{ cal}}{\epsilon_c \text{ cal/s}} = \frac{1 \text{ cal}}{5,3 \text{ cal/s}} = 0,187 \text{ secondi}.$$

$$- \text{un Joule in } \frac{1 \text{ J}}{\epsilon_j \text{ J/s}} = \frac{1 \text{ J}}{22,2 \text{ J/s}} = 0,045 \text{ secondi}.$$

temperatura di un qualsiasi corpo di un grado, o, ancor più in particolare, di misurare la quantità di calore occorrente per variare di un grado la temperatura della massa di un grammo di una qualunque sostanza.

10 || Calore specifico di una sostanza e capacità termica di un corpo.

La quantità di calore capace di variare di un grado la temperatura della massa di un grammo di una sostanza, dicesi calore specifico di quella sostanza e di solito nel seguito verrà indicata con C .

La quantità di calore capace di variare di un grado la temperatura di un corpo, dicesi capacità termica di quel corpo e di solito nel seguito verrà indicata con C_t .

Se un corpo di massa m è costituito di un'unica sostanza, avente calore specifico C , la sua capacità termica C_t , risulterà:

$$C_t = C \cdot m.$$

Osservazione.

Appare del tutto ovvio che il calore specifico dell'acqua

$$\text{è di } 1 \frac{\text{cal}}{\text{g} \cdot ^\circ\text{C}} \text{ e cioè di } 4.186 \frac{\text{joule}}{\text{g} \cdot ^\circ\text{C}} .$$

11 || Determinazione del calore specifico di una sostanza e della capacità termica di un corpo.

Il "riscaldatore" tarato, così come è stato descritto nel precedente punto 9, consente di determinare, con notevole facilità la capacità termica di un corpo liquido. Si pone la massa m del liquido in esame nel calorimetro e si fa funzionare il "riscaldatore" per un'intervallo di tempo di τ secondi. La temperatura del corpo varia dal valore t_1 iniziale al valore t_f finale. Sapendo che la quantità di calore ceduta dal "riscaldatore" al liquido è $Q = \epsilon_j \cdot \tau$, risulta che la capacità termica C_t del liquido è data da:

$$C_t = \frac{Q}{t_f - t_1} = \frac{\epsilon_j \cdot \tau}{t_f - t_1} \quad \frac{J}{^\circ C}$$

Con gli stessi dati, se la massa m di liquido è tutta costituita da un'unica sostanza, è possibile determinare anche il calore specifico C , della sostanza liquida esaminata. Risulta infatti :

$$C = \frac{C_t}{m} = \frac{Q}{m(t_f - t_1)} = \frac{\epsilon_j \cdot \tau}{m(t_f - t_1)} \quad \frac{J}{g \cdot ^\circ C}$$

Anche per determinare la capacità termica, C_t , dei corpi solidi ed il calore specifico, C , delle sostanze solide, non si incontrano eccessive difficoltà: il procedimento sperimentale è soltanto un momentino più laborioso.

Si immerge il corpo solido, di massa m_s , in una massa m_a di acqua contenuta nel calorimetro.

Si mette in funzione il "riscaldatore", che, nell'intervallo di tempo di τ secondi, cede al sistema formato da acqua e corpo, la quantità di calore $Q = \epsilon_j \cdot \tau$, la quale fa variare la temperatura del sistema stesso dal valore iniziale t_1 a quello finale t_f . Perciò, dato che il corpo solido avrà acquistato la quantità di calore $C_t(t_f - t_1)$ e la massa m_a di acqua avrà acquistato la quantità di calore $m_a(t_f - t_1)$, risulterà:

$$C_t(t_f - t_1) + m_a(t_f - t_1) = Q = \epsilon_j \cdot \tau$$

e, quindi, risulterà:

$$C_t = \frac{Q - m_a(t_f - t_1)}{t_f - t_1} \quad \frac{J}{^\circ C}$$

Con gli stessi dati, se il corpo solido è costituito da un'unica sostanza, è possibile determinare anche il calore specifico C della sostanza solida presa in esame. Ricordando che $C_t = C \cdot m_s$, si avrà:

$$m_s \cdot C \cdot (t_f - t_1) + m_a \cdot (t_f - t_1) = Q$$

e perciò si avrà:

$$C = \frac{Q - m_a(t_f - t_1)}{m_s(t_f - t_1)} \quad \frac{J}{g \cdot ^\circ C}$$

12 || Calore di fusione e di ebollizione.

E' già noto che, durante i cambiamenti di stato, la somministrazione e la sottrazione di calore non determinano variazioni della temperatura della sostanza che cambia di stato ("punti fissi").

Le seguenti prove sperimentali rendono possibile la determinazione della quantità di calore occorrente per determinare la variazione di stato della massa di un grammo di una determinata sostanza.

Si pone nel calorimetro una massa m di ghiaccio alla temperatura di 0°C . Si mette in funzione il "riscaldatore". Sia τ l'intervallo di tempo occorrente per fondere tutto il ghiaccio in acqua liquida ancora alla temperatura di 0°C .

La quantità di calore $Q = \epsilon_j \cdot \tau$, che è stata sviluppata dal "riscaldatore", è tutta servita per la fusione della massa di ghiaccio.

Da ciò segue che la massa di un grammo di ghiaccio alla temperatura di 0°C fonde completamente in acqua liquida, ancora alla temperatura di 0°C , assorbendo la quantità di calore

$$\frac{Q}{m} = \frac{\epsilon_j \cdot \tau}{m} \quad (\text{calore di fusione del ghiaccio})$$

I valori ottenuti in alcune prove sperimentali effettivamente eseguite, risultano, entro le incertezze delle misure, coincidenti con il valore ufficialmente noto

$$\text{che è di } 79,7 \frac{\text{cal}}{\text{g}}, \quad \text{cioè di } 333,6 \frac{\text{J}}{\text{g}}$$

Si ponga, invece, nel calorimetro una massa m di acqua, e si metta in funzione il "riscaldatore". Quando l'acqua incomincia a bollire (a 100°C a pressione normale), si inizi la misura del tempo. Dopo un intervallo di tempo, τ , si disattivi il "riscaldatore", che, in tal modo, ha fornito all'acqua in ebollizione la quantità di calore $Q = \epsilon_j \cdot \tau$. Si pesi la massa m_r di acqua rimasta nel calorimetro.

La massa di acqua vaporizzata durante l'ebollizione risulta allora $m - m_r$. Perciò, si può concludere affermando che, per determinare, alla temperatura di ebollizione, la vaporizzazione della massa di 1 grammo di acqua, occorre la quantità di calore:

$$\frac{Q}{m-m_r} = \frac{\epsilon_j \cdot \tau}{m-m_r} \quad (\text{calore di vaporizzazione dell'acqua a } 100^\circ\text{C})$$

Il valore del calore di vaporizzazione dell'acqua a 100°C ufficialmente noto, è di $539 \frac{\text{cal}}{\text{g}}$ cioè di $2256 \frac{\text{J}}{\text{g}}$.

Un'altro esperimento, che forse, potrebbe essere utile eseguire per facilitare la comprensione del concetto di calore di fusione, è il seguente.

Si pone in un calorimetro (senza il "riscaldatore") una massa, m , di acqua liquida alla temperatura di 0°C , e si versa nello stesso calorimetro una massa uguale, m , di acqua alla temperatura di 79.7°C . Proprio come è nelle nostre attese, la temperatura finale, t_f , della massa $2m$ di acqua, in tal modo ottenuta, risulta, entro le incertezze sperimentali, di 39.8°C .

Si ripete la prova con l'unica seguente variante: la massa m di acqua posta inizialmente nel calorimetro alla temperatura di 0°C , ora, è solida (ghiaccio). Questa volta la temperatura finale, t_f , della massa $2m$ di acqua liquida, che si ottiene dopo un conveniente intervallo di tempo, risulta, entro le incertezze, alla temperatura $t_f = 0^\circ\text{C}$.

Da quanto precede, segue che tutto il calore ceduto dalla massa m di acqua, inizialmente alla temperatura di 79.7°C , è stato completamente acquistato dalla massa, m , di ghiaccio per passare dallo stato solido allo stato liquido. Ciò significa che, per fondere un grammo di ghiaccio alla temperatura di 0°C , occorre tutto il calore ceduto da un grammo di acqua per passare dalla temperatura iniziale di 79.7°C alla temperatura finale di 0°C , cioè occorrono:

$$79.7 \frac{\text{cal}}{\text{g}}, \quad \text{ovvero, occorrono} \quad 333.6 \frac{\text{J}}{\text{g}}.$$

13 || Osservazione importante.

Tutto ciò che, fino ad ora, è stato studiato, ed in particolar modo le esperienze relative agli scambi di calore, inducono, in maniera molto

spontanea e naturale, a porsi la seguente interessante domanda: "Gli scambi termici sono accompagnati, o no, dal trasferimento di massa?".

Comunque siano le ipotesi formulate per rispondere al quesito, è assai importante riflettere profondamente sulla ragionevolezza delle motivazioni delle risposte date, ed è di fondamentale importanza trovare il modo di comprovarle mediante l'ideazione, la progettazione e l'esecuzione di nuove prove sperimentali.

E' ovvio che la risposta potrà risultare soltanto provvisoria, o rimanere insicura, oppure mancare del tutto. L'importante è essersi posto il problema.

ATTRITO e CALORE

14 || Sorgenti di calore.

Per l'esecuzione degli esperimenti finora eseguiti, sono stati, di frequente, necessari interventi preparatori per poter avere, inizialmente, a disposizione corpi a temperature prestabilite, e, in ogni caso, sono occorsi interventi per fornire opportune quantità di calore a corpi o a sistemi di corpi.

Finora non è stato importante prestare attenzione al modo con cui tali interventi sono stati realizzati, né, per proseguire nello studio intrapreso, appare necessario indagare sulle modalità con cui gli stessi interventi sono stati realizzati.

Tuttavia vale, almeno la pena di porre un minimo di attenzione al problema per rendersi conto che i mezzi utilizzati per effettuare tali interventi, cioè i mezzi in grado di fornire le quantità di calore occorrenti per raggiungere le condizioni volute, sono, e possono essere, di varia natura, e che tali mezzi (fornelli: a gas, ad alcool, a meta, ecc., correnti elettriche, ecc.) possono essere considerati vere e proprie "sorgenti" di calore.

Tra le "sorgenti" di calore fin qui utilizzate, può meritare di essere notata l'ultima descritta: il "riscaldatore" funzionante a corrente

elettrica. Essa è stata, per le sue caratteristiche particolari che le consentono di trasferire tutto il calore sviluppato al liquido in cui viene immersa, quella più feconda di risultati sperimentali utili per facilitare la conoscenza delle proprietà e la comprensione dei concetti relativi ai fenomeni termici.

Un'altra sorgente di calore, prima d'ora mai considerata, ma notevolmente interessante, è costituita dall'attrito che si determina quando due o più corpi, a stretto contatto tra loro, sono in moto relativo⁽¹¹⁾.

15 || Il calore sviluppato mediante l'attrito, cioè l'attrito considerato come sorgente di calore, costituisce, proprio, un fondamentale elemento di supporto a gran parte dello studio e, in particolare, del lavoro sperimentale che, da ora in poi, verrà svolto.

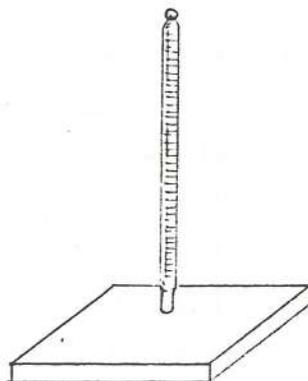
E' importante notare subito che, per rendere efficace l'uso di tale sorgente, è indispensabile riuscire a conoscere la relazione quantitativa che intercorre tra la grandezza che determina l'attrito e la corrispondente quantità di calore che viene sviluppata dall'attrito stesso.

Tale relazione è determinabile sperimentalmente usando un qualsiasi dispositivo in grado di consentire una buona misura della grandezza che determina l'attrito e di un'altrettanto buona misura della corrispondente quantità di calore sviluppata.

(11) E' possibile rendersi facilmente conto che l'attrito è una "sorgente di calore" con la seguente prova sperimentale.

Siano disponibili un blocchetto di polistirolo espanso ed un termometro. Con una modesta pressione il bulbo del termometro può essere completamente inserito nel polistirolo (vedi figura).

Dopo aver letto la temperatura si ruoti il termometro parecchie volte attorno al proprio asse. L'attrito che in tal modo si determina tra il bulbo ed il polistirolo genera calore la cui presenza è evidenziata da un considerevole aumento della temperatura.



La relazione risulterà tanto migliore quanto più il dispositivo sperimentale sarà semplice, affidabile e, a parità di condizioni, fornirà ripetutamente, entro limitate incertezze, gli stessi valori.

16 || Dispositivo in grado di consentire la misura del calore sviluppato mediante l'attrito.⁽¹²⁾

Un dispositivo avente i requisiti abbastanza simili a quelli indicati alla fine del paragrafo precedente è stato utilizzato per eseguire le prove sperimentali qui di seguito descritte.

La parte che costituisce l'elemento sensibile del dispositivo, e nella quale mediante l'attrito si sviluppa calore, è costituita da un dischetto di rame di massa assai piccola, libero di muoversi tra due cilindretti di legno fissati alla struttura di sostegno, e opportunamente sagomato in modo da possedere: al centro una cavità adatta ad ospitare il bulbo di un termometro al decimo di grado, e tutt'intorno una scanalatura del tutto analoga alla gola di una carrucola.

La regolazione della compressione dei due cilindretti di legno contro il dischetto di rame, regola l'entità dell'attrito che si determina quando quest'ultimo dischetto viene mosso mediante opportune masse appese all'estremo libero di un filo avvolto nella scanalatura.

L'elemento sensibile del dispositivo, ha una capacità termica C_t molto piccola ed il termometro al decimo di grado consente di misurare con buona precisione, cioè con limitate incertezze, anche piccole variazioni di temperatura Δt .

Il dispositivo, quindi, possiede caratteristiche tali da consentire, entro limiti di ragionevole incertezza, la determinazione della quantità di calore, $Q = C_t \Delta t$ [J], sviluppata per attrito.

17 || Esperimento.

Il dispositivo (di cui al punto precedente) viene sistemato, mediante un sostegno, in una posizione elevata rispetto al pavimento. Al filo che

(12) Il dispositivo viene descritto anche nei dettagli nella appendice A

mette in moto il dischetto di rame dell'elemento sensibile del dispositivo, capace di sviluppare calore per attrito, viene sospeso un corpo di massa, m , nota. La massa, m , che viene lasciata libera di discendere da un'altezza, h , pure nota, mette in moto il dischetto di rame provocando l'attrito nell'elemento sensibile del dispositivo stesso.

Se l'entità dell'attrito è regolata in maniera opportuna, la velocità di caduta della massa, m , può risultare assai piccola (anche di pochissimi cm/s), cioè può risultare sufficientemente piccola da potersi considerare nulla.

Si possono ottenere buoni risultati regolando l'attrito in modo tale che la durata della discesa della massa da un'altezza compresa tra un metro ed un metro e mezzo, risulti dell'ordine di dieci, trenta secondi.

Operando, proprio, in queste ultime particolari condizioni, e leggendo con cura la variazione di temperatura, Δt , subita dall'elemento sensibile del dispositivo, la cui capacità termica, come si è già detto, è C_t nota, la quantità di calore, Q , sviluppata per attrito, risulta :

$$Q = C_t \cdot \Delta t \quad [\text{J}]$$

Ripetendo più volte la prova, con le medesime modalità (cioè con la stessa massa, m , lasciata discendere dalla stessa altezza, h , con velocità di caduta, V , sempre molto piccola) si ottengono per Q , entro le inevitabili incertezze sperimentali, sempre gli stessi valori⁽¹³⁾.

■ Si ripeta, ancora, più volte, la stessa prova sperimentale avendo cura di lasciare invariata l'altezza, h , e di variare, invece, ogni volta, la massa, m , del corpo appeso al filo. Al variare della massa, m , varia la quantità di calore Q sviluppata.

Nella tabella 1 sono stati riportati i valori ottenuti nelle prove sperimentali effettuate⁽¹⁴⁾.

(13) Se la zona del pavimento, dove, terminata la discesa, la massa m si arresta, è ricoperta di un disco di sostanza deformabile (plastilina, pongo, ecc.), si può notare che, quando l'attrito è regolato in modo da consentire alla massa di discendere con velocità molto piccola, la massa stessa, al termine della discesa, si ferma sul disco senza provocare deformazioni.

Si può dire dunque che l'unico effetto prodotto dalla discesa molto lenta della massa è costituito dal calore sviluppato per attrito nella parte sensibile del dispositivo.

(14) Nella prima colonna della tabella 1 sono riportati i valori della temperatura dell'ambiente, t_a , misurata, per ogni prova effettuata, all'altezza, ed in prossimità, del dispositivo sperimentale usato.

La temperatura iniziale, t_1 , riportata nella seconda colonna della tabella, è

TABELLA 1

temp. amb. ta (°C)	temp. iniz. t1 (°C)	temp. fin. t2 (°C)	$\Delta t = t_1 - t_2$ (°C)	cap. termica (J/°C)	quant. di calore (J)	altezza h (m)	massa m (Kg)	Q/m (J/Kg)	Q/m medio (J/Kg)	Q/mh (J/(kg m))
29.60	28.60	30.50	1.90	19.2	36.5	1.59	2.341	15.6		
29.60	28.60	30.55	1.95	19.2	37.4	1.59	2.341	16.0		
29.60	28.70	30.60	1.90	19.2	36.5	1.59	2.341	15.6	15.6	9.9
29.60	28.70	30.65	1.95	19.2	37.4	1.59	2.341	16.0		
29.80	28.50	31.20	2.70	19.2	51.8	1.59	3.390	15.3		
29.80	28.40	31.15	2.75	19.2	52.8	1.59	3.390	15.6	15.5	9.7
29.80	28.40	31.15	2.75	19.2	52.8	1.59	3.390	15.6		
29.90	28.40	31.45	3.05	19.2	58.6	1.59	3.623	15.3		
30.00	28.50	31.60	3.10	19.2	59.5	1.59	3.623	15.6		
30.00	28.50	31.55	3.05	19.2	58.6	1.59	3.623	15.3	15.5	9.7
29.10	27.60	30.75	3.15	19.2	60.5	1.59	3.623	15.8		
29.00	27.00	31.10	4.10	19.2	78.7	1.59	4.868	16.2		
30.00	27.20	31.15	3.95	19.2	75.8	1.59	4.868	15.6		
17.70	15.80	19.75	3.95	19.2	75.8	1.59	4.868	15.6	15.7	9.9
17.80	15.90	19.80	3.90	19.2	74.9	1.59	4.868	15.4		

Basta una semplice e immediata osservazione della tabella per notare che la relazione tra Q ed m è diretta: Q cresce al crescere di m. In particolare passando ad un'analisi appena un poco più approfondita, si riconosce che il rapporto Q/m (riportato nella penultima colonna) è costante. E ,perciò, risulta :

$$Q \propto m \quad (1)$$

■ Si ripeta, di nuovo, più volte, la precedente prova sperimentale, avendo cura di lasciare invariata la massa, m, e di variare, invece, ogni

inferiore a quella, t_a , dell'ambiente, mentre la temperatura finale, t_2 , riportata nella terza colonna, è superiore a quella dell'ambiente.

Operando in tal modo, con la temperatura ambiente, t_a , avente all'incirca il valore medio tra le temperature ,iniziale, t_1 , e, finale, t_2 , si ottengono sempre buoni risultati.

Le prove sperimentali descritte di qui in avanti, sono state tutte eseguite operando con l'adozione di tale accorgimento.

Non è difficile capire che nella fase iniziale dell'esperimento, cioè quando la temperatura è inferiore a quella dell'ambiente, il sistema riceve calore dall'ambiente stesso, mentre nella fase finale, cioè quando la temperatura è superiore a quella dell'ambiente, il sistema cede calore all'ambiente.

Anzi, poichè la temperatura dell'ambiente, t_a , è proprio stata scelta all'incirca a metà tra quella iniziale, t_1 , e quella finale, t_2 , è altrettanto facile ammettere che, ragionevolmente, risultino identiche la quantità di calore assorbita dal sistema nella prima fase, e la quantità di calore ceduta dal sistema nella seconda fase.

volta, l'altezza h , dalla quale il corpo discende. La quantità di calore Q che, in tal modo, si ottiene varia di volta in volta al variare di h .

I dati sperimentali relativi a prove effettivamente eseguite sono riportati nella tabella 2.

TABELLA 2

temp. amb. t_a ($^{\circ}\text{C}$)	temp. iniz. t_1 ($^{\circ}\text{C}$)	temp. fin. t_2 ($^{\circ}\text{C}$)	$\Delta t = t_1 - t_2$ ($^{\circ}\text{C}$)	cap. termica ($\text{J}/^{\circ}\text{C}$)	quant. di calore	altezza h (m)	massa m (Kg)	Q/h (J/m)	Q/h medio (J/m)	Q/mh ($\text{J}/(\text{kg m})$)
29.10	27.60	30.75	3.15	19.2	60.5	1.59	3.823	38.0		
30.00	28.50	31.55	3.05	19.2	58.6	1.59	3.823	36.8		
30.00	28.50	31.60	3.10	19.2	59.5	1.59	3.823	37.4	37.3	9.8
29.90	28.40	31.45	3.05	19.2	58.6	1.59	3.823	36.8		
29.10	27.90	30.70	2.80	19.2	53.8	1.41	3.823	38.1		
29.30	28.00	30.80	2.80	19.2	53.8	1.41	3.823	38.1	38.1	10.0
29.20	28.00	30.45	2.45	19.2	47.0	1.20	3.823	39.2		
29.40	28.30	30.65	2.35	19.2	45.1	1.20	3.823	37.6	38.4	10.0
29.50	28.60	30.50	1.90	19.2	36.5	0.90	3.823	38.0		
29.60	28.70	30.60	1.90	19.2	36.5	0.90	3.823	38.0	38.0	9.9
29.70	29.00	30.45	1.45	19.2	27.8	0.75	3.823	37.1		
29.70	29.00	30.45	1.45	19.2	27.8	0.75	3.823	37.1	37.1	9.7

media 9.9

Anche in questo caso la relazione fra Q ed h è diretta : Q cresce al crescere di h , anzi, osservando che il valore del rapporto Q/h , riportato nella penultima colonna della stessa tabella, è costante, risulta :

$$Q \propto h \quad (2)$$

■ Dalla (1) e dalla (2) discende immediatamente che si ha:

$$Q \propto mh$$

Anzi, tenendo conto dei dati ricavati nelle prove sperimentali effettuate e riportati nelle tabelle 1 e 2, è possibile trovare il valore del rapporto esistente tra Q ed mh . Nell'ultima colonna delle citate tabelle, per ogni prova effettuata, è proprio riportato il valore del rapporto Q/mh , che, come si può facilmente riconoscere, assume, entro le incertezze inevitabili, il valore costante⁽¹⁵⁾:

(15) L'analisi dei dati, riferentisi ai tre casi esaminati, può risultare assai più efficace dal punto di vista didattico, se viene effettuata utilizzando tre

$$\gamma = Q/mh = 9,8 \text{ J/(Kgm)}$$

Osservazione importante.

I risultati ottenuti consentono di affermare che ad ogni massa, m , posta in un punto dello spazio di altezza h , è sempre possibile associare, in maniera univoca, una quantità di calore nota e ben precisa:

$$Q = \gamma mh \quad (3)$$

Tale quantità di calore risulta sempre determinabile sperimentalmente mediante il dispositivo di cui al punto precedente (o mediante un qualunque altro dispositivo analogo), quando l'attrito viene regolato in modo da consentire alla massa m , appesa al filo, di discendere con una velocità molto piccola (pochi cm al secondo).

Il significato e l'importanza della costante γ andranno sempre più precisandosi, man mano che si procederà nello studio dei fenomeni naturali. Per ora si può osservare che, risultando del tutto indipendente dalla massa e dall'altezza, la costante appare un elemento significativo in grado di esprimere quantitativamente una proprietà caratteristica dei punti dello spazio nei quali si opera.

18 || Si ripeta l'esperimento di cui al precedente punto 17, con l'unica variante consistente nel fatto che la massa m non viene lasciata libera di discendere lungo la verticale, ma viene costretta a discendere lungo un piano inclinato (figura 2).

Sia $AC = l$ la lunghezza del piano inclinato, e sia (rispetto al piano orizzontale CB) $h = AB$ la quota di A .

opportuni diagrammi cartesiani, nelle cui ascisse vengano riportati, rispettivamente, i valori delle masse, m (in Kg), registrati nella quartultima colonna della Tabella 1, i valori delle altezze, h (in m), registrati nella quintultima colonna della Tabella 2, ed i valori dei prodotti, mh (in Kg.m), ricavabili dalle Tabelle 1 e 2, e nelle cui ordinate vengano riportati i corrispondenti valori delle quantità di calore, Q (in J), riportate nella sesta colonna di ciascuna delle Tabelle 1 e 2.

Si ponga in A la massa collegata al filo capace di mettere in movimento il dischetto di rame dell'elemento sensibile del dispositivo di cui al punto 16.

Si regoli l'attrito in modo che la massa m possa discendere lungo il piano inclinato con velocità molto piccola.

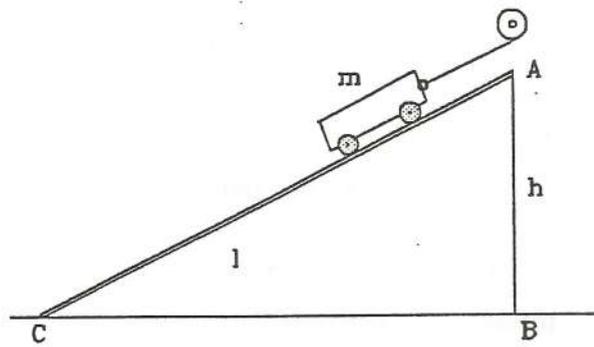


fig. 2

Si ripetano più prove sperimentali variando la massa m e la quota h , e, in corrispondenza della stessa quota h , variando, eventualmente, la lunghezza l del piano inclinato.

I valori dei dati ottenuti in alcune prove eseguite sono stati i seguenti:

t_a (°C)	t_1 (°C)	t_2 (°C)	$\Delta t = t_2 - t_1$ (°C)	Ct (J/°C)	$a = Ct$ (J)	l (m)	h (m)	m (kg)	Q/mh (J)
25.8	24.80	26.35	1.55	19.2	29.8	1.82	1.270	2.341	10.0
26.1	25.30	26.75	1.45	19.2	27.8	1.82	1.250	2.341	9.5
26.2	25.50	27.00	1.50	19.2	28.8	1.82	1.250	2.341	9.8
26.3	25.40	27.35	1.95	19.2	37.4	1.82	1.015	3.823	9.6
26.4	25.40	27.35	1.95	19.2	37.4	1.82	1.015	3.823	9.6
25.3	24.30	26.25	1.95	19.2	37.4	1.48	1.015	3.823	9.6
25.4	24.40	26.35	1.95	19.2	37.4	1.48	1.015	3.823	9.6

Essi consentono di riconoscere che vale ancora la relazione :

$$Q = \gamma mh .$$

Ciò significa che la quantità di calore Q sviluppata, dipende soltanto dalla massa, m , e dalla quota, h , da cui discende, ma non dipende dalla lunghezza l e dalla forma del cammino percorso.

In altre parole ciò significa che ogni punto dello spazio, a noi accessibile, è caratterizzato dalla precisa e definita costante $\gamma = 9,8 \text{ J}/(\text{Kgm})$, la quale, quando viene moltiplicata per la quota h del punto stesso e per la massa m in esso posta, fornisce il valore della quantità di calore sviluppabile, mediante uno qualunque dei

procedimenti descritti, indipendentemente dal cammino percorso dalla massa stessa per raggiungere la quota 0.

Vale a dire, per ogni massa m prefissata, ad ogni punto dello spazio, di cui sia nota la quota h , è associabile sempre e solo la quantità di calore γmh sviluppabile per attrito, qualunque sia il cammino percorso dalla massa per giungere dal punto stesso al piano orizzontale di riferimento con velocità molto piccola.

Osservazione.

Tutti i risultati dei precedenti esperimenti sono stati ottenuti regolando, nel dispositivo, di cui al punto 16, l'intensità dell'attrito in modo tale che la massa m potesse discendere con velocità, V , costante molto piccola.

E' importante osservare che, ripetendo tutte le prove precedenti variando, durante l'esecuzione degli esperimenti, l'intensità dell'attrito in modo tale da determinare, nell'intervallo di tempo impiegato dalla massa m per raggiungere il suolo, velocità variabili, anche elevate, ma, in ogni caso, molto piccole nel tratto finale, si riottengono sempre risultati del tutto identici a quelli precedentemente ottenuti con la massa discendente con velocità costante molto piccola.

In altre parole è sufficiente sapere che la massa, m , discendendo dall'altezza h , arriva al suolo con una velocità finale, V , molto piccola per poter dire che, per attrito, essa è in grado di determinare sempre la quantità di calore $Q = \gamma mh$.

E' inoltre molto importante osservare che con la grandezza γmh , associabile ad ogni punto dello spazio, non viene rappresentato calore in atto, cioè esistente al presente, ma soltanto una proprietà caratteristica mediante la quale è possibile prevedere la quantità di calore, Q , che si potrà ottenere qualora si operi con esperimenti analoghi a quelli precedentemente descritti.

COMPLEMENTI⁽¹⁶⁾

Sulla base dei risultati ottenuti, si riconosce con facilità, che ad ogni massa m , posta in un qualunque punto dello spazio in cui solitamente operiamo, di quota nota, h , rispetto al piano orizzontale, scelto come riferimento, è possibile associare una ben definita quantità di calore $Q = \gamma mh$.

Tale quantità di calore, sempre ottenibile sperimentalmente mediante l'uso del dispositivo di cui al punto 16, o di un qualunque altro analogo dispositivo, risulta indipendente dal modo con cui la massa m percorre un qualsiasi cammino, avente origine nel punto iniziale di quota h , per discendere fino a raggiungere, con velocità finale molto piccola, il piano orizzontale di riferimento (quota zero).

Se, ora, ci si pone il problema generale di determinare la quantità di calore concretamente associabile ad una qualsiasi massa m situata in un qualunque punto dello spazio (ci si riferisce sempre e soltanto allo spazio a noi accessibile senza l'uso di mezzi tecnici particolari, cioè allo spazio nel quale normalmente viviamo), si riconosce facilmente che potrebbe risultare assai conveniente aver calcolato preventivamente per ogni punto, di quota h ben definita rispetto al piano orizzontale di riferimento, il valore della grandezza $U = \gamma h$

In tal caso, infatti, la quantità di calore associabile alla massa m , situata nel punto prescelto, si otterrebbe moltiplicando il valore della massa m per la grandezza, già nota, U , relativa al punto considerato. Ciò risulterebbe $Q = U m$.

La convenienza e, soprattutto, l'importanza, per il momento forse ancora poco palesi, di far corrispondere ad ogni punto dello spazio la grandezza U , appariranno molto più chiaramente tangibili man mano che, procedendo nello studio dei fenomeni naturali, si andrà sempre meglio manifestando la necessità di conoscere sempre più a fondo le caratteristiche dei punti dello spazio, e, quindi, anche dello spazio in cui solitamente operiamo.

Per il momento ci si può limitare a prendere atto che, in effetti, ad ogni punto dello spazio può essere utile, e si può sempre, far

(16) La lettura di questi complementi può essere evitata senza compromettere in nessun modo la comprensione di ciò che qui di seguito è stato scritto.

corrispondere la grandezza U , precedentemente definita. Si può, inoltre, osservare che tale grandezza, a cui è stato dato il nome di potenziale gravitazionale, ha come unità di misura il J/Kg .

Per passare ad una esemplificazione concreta, siano A, B, C, D, \dots punti dello spazio in cui solitamente operiamo, aventi, rispetto al piano orizzontale di riferimento, p , rispettivamente, le quote $h_{A,p}, h_{B,p}, h_{C,p}, h_{D,p}, \dots$.

Alle grandezze $U_{A,p} = \gamma h_{A,p}, U_{B,p} = \gamma h_{B,p}, U_{C,p} = \gamma h_{C,p}, U_{D,p} = \gamma h_{D,p}, \dots$, associate, nell'ordine e sempre relativamente al piano di riferimento p , a ciascuno dei punti precedenti, viene dato, rispettivamente per definizione, il nome di potenziale gravitazionale di A rispetto a p , di B rispetto a p , di C rispetto a p , di D rispetto a p , \dots .

In base alla definizione data, si riconosce immediatamente che tutti i punti, aventi lo stesso potenziale gravitazionale rispetto al piano orizzontale di riferimento p , appartengono ad uno stesso piano parallelo al piano p stesso.

Si riconosce, altresì, che uno stesso punto N possiede il potenziale gravitazionale $U_{N,p}$ rispetto al piano di riferimento p , mentre possiede un diverso potenziale gravitazionale $U'_{N,p'}$ rispetto ad un altro piano orizzontale di riferimento p' . Anzi si nota subito che, essendo $h_{p',p}$ la distanza tra p' e p , quando:

- il piano p' è situato più in alto del piano p (fig.3,a) risulta:

$$U_{N,p} = U'_{N,p'} + \gamma h_{p',p} ;$$

- il piano p' è situato più in basso del piano p (fig. 3,b), risulta:

$$U_{N,p} = U'_{N,p'} - \gamma h_{p',p}$$

Si consideri, ora, la quantità di calore associabile ad un qualunque punto N dello spazio, del quale sia noto il valore, $U_{N,p}$, del potenziale gravitazionale rispetto al piano orizzontale di riferimento p .

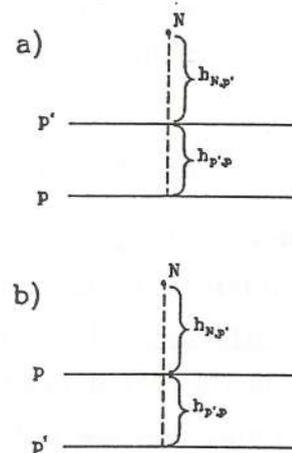


fig. 3

In base ai risultati sperimentali descritti nei punti 17 e 18, ed in base alle considerazioni fatte poco più sopra, risulta che, qualunque sia

il cammino percorso dalla massa m per discendere da N fino a raggiungere, con velocità finale molto piccola, il piano orizzontale di riferimento p (quota zero), la quantità di calore, $Q_{N,p}$, associabile ad N , è sempre $Q_{N,p} = U_{N,p} \cdot m$.

Si considerino, ora, i due punti A e B dello spazio, aventi relativamente al piano orizzontale di riferimento p , rispettivamente, il potenziale gravitazionale $U_{A,p}$ e $U_{B,p}$ (con $U_{A,p} > U_{B,p}$).

Qualunwue sia il cammino percorso dalla massa m per discendere da A a p , la quantità di calore, $Q_{A,p}$, associabile alla massa m quando è posta nel punto A , è

$$Q_{A,p} = U_{A,p} \cdot m ,$$

e, qualunque sia il cammino percorso dalla massa m per discendere da B a p , la quantità di calore $Q_{B,p}$, associabile alla massa m quando è posta nel punto B , è:

$$Q_{B,p} = U_{B,p} \cdot m .$$

Si nota subito con estrema facilità che tra gli infiniti cammini, aventi inizio nel punto A e percorribili dalla massa m per giungere al piano orizzontale di riferimento p con velocità finale molto piccola, ve ne sono infiniti che passano anche per il punto B .

Quindi si riconosce facilmente che la differenza, $Q_{A,p} - Q_{B,p}$, non varia al variare del cammino percorso dalla massa m , con velocità molto piccola, per giungere dal punto A al punto B .

Dunque, indicata con $Q_{A,B}$ la quantità di calore corrispondente ad un qualunque cammino che porti la massa m dal punto A al punto B , risulta:

$$Q_{A,B} = Q_{A,p} - Q_{B,p} = U_{A,p} \cdot m - U_{B,p} \cdot m = m \cdot (U_{A,p} - U_{B,p}).$$

La grandezza $U_{A,p} - U_{B,p}$, dipendente dai due punti A e B , ma del tutto indipendente dalla linea che li unisce, viene chiamata, per definizione, differenza di potenziale gravitazionale tra i due punti A e B e viene indicata con il simbolo $\Delta U_{A,B}$.

Basta, quindi, che sia nota la differenza di potenziale gravitazionale, $\Delta U_{A,B}$, esistente tra i due punti A e B , per essere in grado di determinare la quantità di calore $Q_{A,B}$ che viene sviluppata nel dispositivo di cui al punto 16, quando la massa m , partendo da A e

seguendo un qualunque cammino, raggiunge B con velocità finale molto piccola. Precisamente risulta: $Q_{A,B} = m \cdot \Delta U_{A,B}$.

Vale la pena, infine, di sottolineare il fatto che, mentre, come si è visto in precedenza, il valore del potenziale gravitazionale di ogni punto dipende dal piano orizzontale di riferimento, il valore della differenza di potenziale gravitazionale esistente tra due punti è indipendente dal sistema di riferimento considerato.

Infatti, si considerino, ad esmpio, i due punti M ed N ed i piani di riferimento p e p', tra loro distanti $h_{p',p}$, con p' situato al di sopra (al di sotto) di p.

Il potenziale gravitazionale di M e di N, relativamente al piano di riferimento p, sia rispettivamente $U_{M,p}$ e $U_{N,p}$, e, relativamente al piano di riferimento p', sia rispettivamente $U'_{M,p'}$ e $U'_{N,p'}$.

Si è già visto più sopra che:

- quando p' è posto sopra p, risulta:

$$U_{M,p} = U'_{M,p'} + \gamma h_{p',p}$$

$$U_{N,p} = U'_{N,p'} + \gamma h_{p',p}$$

- quando p' è posto sotto p, risulta:

$$U_{M,p} = U'_{M,p'} - \gamma h_{p',p}$$

$$U_{N,p} = U'_{N,p'} - \gamma h_{p',p} .$$

Perciò, la differenza di potenziale gravitazionale tra i due punti M ed N, $\Delta U_{M,N}$, risulta:

- nel primo caso:

$$\begin{aligned} \Delta U_{M,N} &= U_{M,p} - U_{N,p} = (U'_{M,p'} + \gamma h_{p',p}) - (U'_{N,p'} + \gamma h_{p',p}) = \\ &= U'_{M,p'} - U'_{N,p'} \end{aligned}$$

- nel secondo caso:

$$\begin{aligned} \Delta U_{M,N} &= U_{M,p} - U_{N,p} = (U'_{M,p'} - \gamma h_{p',p}) - (U'_{N,p'} - \gamma h_{p',p}) = \\ &= U'_{M,p'} - U'_{N,p'} , \end{aligned}$$

cioè risulta proprio indipendente dal piano orizzontale di riferimento prescelto.

19 || Si consideri, ora, lo stesso esperimento eseguito al punto 17.

La massa, m , si trovi inizialmente in A, posto sulla verticale passante per B, ad un'altezza $AB = h_0$ (figura 4).

Sia $Q_0 = \gamma m h_0$ la quantità di calore sviluppata per attrito nel dispositivo di cui al punto 16, quando la massa discende lungo la verticale da A a B, con velocità costante molto piccola.

Sia C un qualunque punto intermedio tra A e B, e sia $h = BC$ l'altezza di C rispetto a B.

Si pensi di aver eseguito l'esperimento, di cui al punto 17, e di aver fermato la massa, m , nell'istante in cui arriva in C. Essendo $AC = h_0 - h$, la quantità di calore, Q , sviluppata per attrito, considerando che il corpo di massa, m , sia disceso da A a C con la velocità V molto piccola, è, per la (3) :

$$Q = \gamma m (h_0 - h)$$

cioè

$$Q = \gamma m h_0 - \gamma m h .$$

Quindi si ha:

$$Q_0 = \gamma m h_0 = Q + \gamma m h \quad (4)$$

Ciò significa che in uno qualunque dei punti intermedi tra A e B, la somma dei due termini Q (calore sviluppato per attrito, crescente con il diminuire di h) e $\gamma m h$ (equivalente alla quantità di calore q non ancora sviluppata quando la massa, m , si trova all'altezza h) risulta costantemente uguale alla quantità di calore $Q_0 = \gamma m h_0$ che viene sviluppata per attrito quando la massa m discende con velocità molto piccola dalla quota di A a quella di B. Cioè, quando la massa, discendente da A con velocità molto piccola, raggiunge il punto C di altezza h , la quantità di calore q , che deve essere ancora sviluppata per attrito, risulta :

$$q = \gamma m h = Q_0 - Q$$

da cui tenendo presente anche la (4), segue :

a) quando $h = 0$ risulta $Q = Q_0 = \gamma m h_0$, cioè $q = \gamma m 0 = 0$

b) quando $h = h_0$ risulta $Q = 0$, cioè $q = \gamma m h_0 = Q_0$.

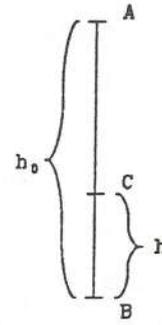


fig. 4

ELASTICITA' e CALORE20 || Esperimento.

Utilizzando tutto il materiale nella stessa sistemazione con cui è stato eseguito l'esperimento descritto al punto 17, si sospende (figura 5) a un punto D, l'estremità di una molla a spirale (non precompressa), in modo tale che l'altra estremità, quando essa (la molla) è nelle condizioni di riposo, vada a coincidere con il punto A, nel quale è sistemata la massa m agganciata al dispositivo in grado di sviluppare calore per attrito. La massa m , oltre ad essere agganciata al filo che mette in movimento la parte sensibile del dispositivo, viene agganciata anche all'estremità inferiore della molla.

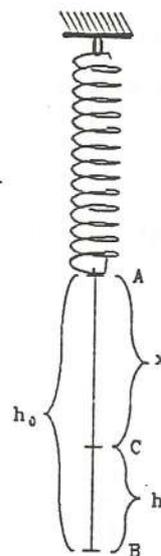


fig. 5

Quando la massa m viene lasciata libera di discendere da A lungo la verticale, si sviluppa calore per attrito nel dispositivo e, contemporaneamente, la molla viene tesa.

Se il dispositivo viene regolato in modo che l'intensità dell'attrito abbia un opportuno valore, la massa, dapprima, discende accelerando fino a raggiungere una certa velocità massima, poi, via via che cresce la tensione della molla, decelera fino a fermarsi in un ben determinato punto C del segmento verticale AB.

Siano $AB = h_0$, $CB = h$, $AC = x = h_0 - h$, e sia Q_x la quantità di calore sviluppata per attrito quando la massa m , discendendo da A a C, ha percorso il cammino $x = h_0 - h$.

Ricordando le considerazioni fatte nel punto precedente, cioè fatte a proposito di questo stesso esperimento eseguito senza l'applicazione della molla a spirale, si può affermare che la quantità di calore Q , che si sarebbe sviluppata quando l'attrito fosse stato regolato in modo da consentire alla massa m di discendere da A a C con velocità costante molto piccola, sarebbe stata :

$$Q = \gamma_{mx} = \gamma_m(h_0 - h),$$

e si può notare che per x diverso da 0, risulta sempre $Q > Q_x$.

Ciò può essere guardato come una conseguenza del fatto che la massa m , quando discende da A a C, provoca, contemporaneamente, insieme allo sviluppo di calore per attrito nel dispositivo di cui al punto 16, l'allungamento della molla.

Si eseguano più prove sperimentali usando masse diverse e mantenendo sempre la molla a spirale applicata.

In ogni prova si regoli il tutto in modo da ottenere più volte uguali valori di x con masse diverse.

I risultati di alcune prove sperimentali effettivamente eseguite sono stati riportati nella tabella 3.

TABELLA N°3

temp. amb. ta (°C)	temp. iniziale t1 (°C)	temp. finale t2 (°C)	temp. $\Delta t = t_2 - t_1$ (°C)	capacità termica Ct (J/°C)	quantità di calore Qx = CtΔt (J)	allungamento altezza x (m)	massa m (Kg)	γ_{mx} (J)	$\gamma_{mx} - Q_x$ (J)	$\gamma_{mx} - Q_x$ medio (J)	x^2 (m ²)	$\frac{\gamma_{mx} - Q_x}{x^2}$ (J/m ²)
29.2	28.80	29.30	0.50	19.2	9.6	0.850	2.341	19.5	9.9			
29.2	28.70	29.65	0.95	19.2	18.2	0.855	3.386	28.4	10.2			
29.6	29.00	30.15	1.15	19.2	22.1	0.855	3.823	32.0	9.9	9.84	0.731	13.5
29.6	28.60	30.25	1.65	19.2	31.7	0.855	4.868	40.8	9.1			
29.3	28.50	30.10	1.60	19.2	30.7	0.855	4.868	40.8	10.1			
29.9	29.40	30.45	1.05	19.2	20.2	1.020	3.386	33.9	13.7			
29.7	28.70	30.55	1.85	19.2	35.5	1.020	4.868	48.7	13.2	13.7	1.04	13.2
30.4	29.60	30.85	1.25	19.2	24.0	1.020	3.823	38.2	14.2			
29.9	28.60	30.00	1.40	19.2	26.9	1.260	3.823	47.2	20.3			
30.0	29.30	30.65	1.35	19.2	25.9	1.260	3.823	47.2	21.3	21.1	1.59	13.3
30.1	29.10	31.10	2.00	19.2	38.4	1.260	4.868	60.1	21.7			
30.5	29.80	31.15	1.35	19.2	25.9	1.400	3.823	52.4	26.5		1.96	13.5
30.7	30.30	31.05	0.75	19.2	14.4	1.045	2.846	29.1	14.7		1.09	13.5
30.7	30.40	30.90	0.50	19.2	9.6	0.860	2.341	19.7	10.1		0.74	13.6
											valore medio	13.4

Si consideri, ora, per ciascuna delle prove eseguite, la differenza $Q - Q_x = \gamma_{mx} - Q_x$, il cui valore è riportato nella terzultima e nella quartultima colonna della stessa tabella 3.

Appare subito chiaro che tale differenza, per x costante, è indipendente dalla massa, mentre cresce al crescere di x (allungamento subito dalla molla).

Ciò significa che esiste una relazione tra l'allungamento subito dalla molla e la quantità di calore mancante, cioè tra $x = h_0 - h$ e $Q - Q_x = \gamma m x - Q_x$.

Un'indagine un po' attenta, ma semplice, consente di notare che risulta costante il rapporto :

$$\frac{Q - Q_x}{x^2} = \frac{\gamma m x - Q_x}{x^2} = C$$

Il valore del rapporto, C , tra $Q - Q_x$ e x^2 , costante, entro le incertezze sperimentali, così come appare dall'ultima colonna della Tabella 3, da cui si vede che ha il valore $C = 13,4 \text{ J/m}^2$, fornisce proprio l'espressione formale della relazione ricercata.

Risulta, perciò :

$$Q - Q_x = Cx^2$$

quindi

$$\gamma m x - Q_x = Cx^2$$

e anche

$$\gamma m (h_0 - h) = Q_x + Cx^2$$

$$\gamma m h_0 = Q_0 = \gamma m h + Cx^2 + Q_x \quad (5)$$

oppure

$$\gamma m h_0 = Q_0 = \gamma m h + C(h_0 - h)^2 + Q_x \quad (5')$$

Ciò significa che in ogni punto C (variabile in relazione alla regolazione dell'attrito nel dispositivo), appartenente al segmento AB , e raggiunto dalla massa m nell'istante in cui si ferma dopo aver percorso il cammino $AC = x = h_0 - h$, le tre quantità :

$\gamma m h$

(equivalente alla quantità di calore, q , che si svilupperebbe per attrito se la massa m discendesse da C a B con velocità molto piccola senza la presenza della molla)

Q_x (quantità di calore sviluppata per attrito nel dispositivo in presenza della molla)

$Cx^2 = C(h_0-h)^2$ (grandezza dipendente dall'allungamento della molla)

addizionate tra loro forniscono sempre la stessa somma costante

$$Q_0 = \gamma m h_0.$$

Osservazione

La grandezza $Cx^2 = C(h_0-h)^2$, dipendente dalla molla, deve essere considerata equivalente alla quantità di calore,

$$q_x = Q - Q_x,$$

mancante nel dispositivo quando la massa m , discendendo da A a C, determina anche l'allungamento $AC = x = h_0 - h$ della molla stessa.

Se l'esperimento viene eseguito più volte con molle diverse tra loro, per ogni molla, la costante $C = (\gamma m x - Q_x) / x^2$ assumerà un preciso valore caratteristico.

Nella seguente tabella 4 sono stati riportati i dati ricavati da alcune prove realizzate eseguendo un esperimento del tutto identico a quello descritto nella prima parte di questo paragrafo, ma con l'uso di una molla completamente diversa da quella utilizzata allora.

TABELLA N° 4

temp. amb. ta (°C)	temp. iniziale t1 (°C)	temp. finale t2 (°C)	Δt=t2-t1 (°C)	capacità termica Ct (J/°C)	quantità di calore Qx=CtΔt (J)	allungamento altezza x (m)	massa m (Kg)	γmx (J)	γmx-Qx (J)	γmx-Qx medio (J)	x ² (m ²)	γmx-Qx / x ² (J/m ²)
28.8	28.00	29.60	1.60	19.2	30.7	0.99	3.823	37.1	6.4			
28.0	27.60	28.40	0.80	19.2	15.4	0.99	2.341	22.7	7.3	7.0	0.98	6.9
28.9	28.30	29.65	1.35	19.2	25.9	0.99	3.390	32.9	7.0			
28.9	27.90	30.20	2.30	19.2	44.2	0.99	5.320	51.6	7.4			
28.9	27.50	30.50	3.00	19.2	57.6	1.33	5.320	68.8	11.2			
29.0	28.00	30.05	2.05	19.2	39.4	1.33	3.823	49.5	10.1	11.2	1.74	6.4
29.0	28.20	29.85	1.65	19.2	31.7	1.33	3.390	43.9	12.2			
28.9	28.30	29.30	1.00	19.2	19.2	1.33	2.341	30.3	11.1			

valore medio
6.7

In questo caso (ultima colonna di quest'ultima citata tabella) il valore della costante caratteristica della molla risulta $6,7 \text{ J/m}^2$.

Va notato, per completezza, che, per ogni esperimento eseguito con molle diverse tra loro, le tre grandezze, γmh , Q_x e $Cx^2 = C(h_0-h)^2$, pur assumendo in generale, di volta in volta, valori diversi, hanno sempre la loro somma costantemente uguale a $Q_0 = \gamma mh_0$, cioè, in ogni caso, varrà sempre la relazione (5).

Appare, infine, opportuno fornire una prova sperimentale in grado di far vedere concretamente che la grandezza Cx^2 , dipendente dalle caratteristiche della molla, risulta sempre equivalente a una precisa e specifica quantità di calore, q .

La prova può essere realizzata nel modo seguente.

Il dispositivo, di cui al punto 16, viene sistemato nel punto A (fig.6).

Un'estremità della molla, in tensione, è fissata al punto B, e l'altra estremità viene collegata al filo in grado di mettere in moto la parte sensibile del dispositivo.

Se x_0 è l'allungamento iniziale a cui è sottoposta la molla, la cui costante è C , appena stabilito il collegamento tra molla e filo, la parte sensibile del dispositivo si mette in movimento e, per attrito, sviluppa calore.

Al cessare del movimento, viene misurata la quantità di calore sviluppata e l'allungamento residuo x_1 della molla.

I dati ricavati da due prove sperimentali effettuate, sono i seguenti :

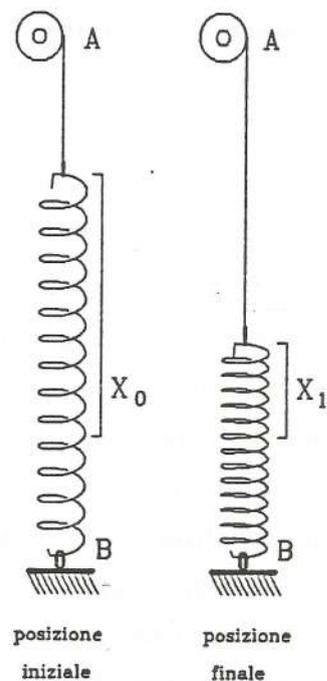


fig. 6

temp. amb. ta ('C)	temp. iniziale t1 ('C)	temp. finale t2 ('C)	temp. $\Delta t=t_2-t_1$ ('C)	capacità termica Ct (J/'C)	quantità di calore q=Ct Δt (J)	Xo (m)	X1 (m)	costante molla C (J/m ²)	CXo ² (J)	CX1 ² (J)	CXo ² -CX1 ² (J)
29.9	29.10	30.30	1.20	19.2	23.0	1.30	0.16	13.4	22.6	0.3	22.3
30.0	29.40	30.45	1.05	19.2	20.2	1.30	0.52	13.4	22.6	3.6	19.0

Come si vede, essi mostrano, proprio, entro le inevitabili incertezze sperimentali, l'identità tra q e $Cx_0^2 - Cx_1^2$.

Vale la pena, infine, di osservare che, quando l'attrito viene regolato in modo da consentire alla massa m di fermarsi nello stesso punto in cui si fermerebbe, dopo aver oscillato se fosse collegata soltanto alla molla e non al filo del dispositivo⁽¹⁷⁾, la quantità di calore Q_x , sviluppata per attrito, risulta, qualunque sia la massa, sempre la metà di γmx , cioè risulta :

$$Q_x = \gamma mx - Q_x = Cx^2$$

Ciò appare assai chiaro osservando i dati riferentesi alle tre prove sperimentali riportate in fondo alla tabella 3. Esse sono state proprio realizzate in modo tale da determinare, in corrispondenza alle tre masse di 2,341 Kg, di 2,846 Kg, di 3,823 Kg, gli allungamenti della molla aventi il valore precedentemente descritto.

VELOCITA' e CALORE

21 || Si ripeta l'esperimento di cui al punto 17, regolando l'attrito nel dispositivo in modo tale che la massa, m , possa discendere con velocità crescente fino a raggiungere, al momento del contatto con il suolo, una velocità finale, V , di valore apprezzabile.

Alcune prove, anche solo qualitative, mostreranno che, quanto più la velocità finale, V , raggiunta dalla massa, è grande, tanto meno è la quantità di calore, Q , sviluppata, per attrito, nel dispositivo.

Esiste, cioè, una correlazione tra la quantità di calore, Q , sviluppata per attrito nel dispositivo, e la velocità finale, V , raggiunta dalla massa.

Per rendere quantitative le prove, è necessario individuare un qualunque sistema per effettuare la misura della velocità finale, V , istantanea⁽¹⁸⁾, raggiunta dalla massa al momento del contatto col suolo.

(17) Si tratta, cioè, del punto corrispondente all'allungamento che la molla subisce quando la massa ad essa appesa, sostenuta con una mano, viene lasciata discendere lentamente fino al momento in cui resta ferma in equilibrio.

(18) Non essendo stato affrontato in modo sistematico lo studio della cinematica, per quanto si riferisce al concetto di velocità e di velocità istantanea di un corpo, si fa riferimento all'idea di velocità acquisita operativamente durante la quotidiana esperienza di vita vissuta.

Può essere usato, ad esempio, un marcatempo⁽¹⁹⁾, simile a quello descritto nel corso del PSSC, in grado di segnare, ad ogni intervallo costante di tempo, τ , un punto su una striscia di carta collegata con la massa, m , in discesa. La misura della distanza, s , tra gli ultimi due punti consecutivi, divisa per il tempo τ , fornisce il valore della velocità finale V .

I dati ricavati da alcune prove sperimentali effettivamente eseguite sono riportati nella tabella 5.

Come si vede tali prove sono state effettuate utilizzando tre masse $m_1 = 2,341$ Kg, $m_2 = 3,823$ Kg, $m_3 = 4,868$ Kg, lasciate discendere tutte dalla stessa altezza $h_0 = 1,52$ m, e utilizzando la stessa massa $m_3 = 4,868$ Kg lasciata discendere dall'altezza $h_1 = 1,10$ m.

L'elaborazione dei dati può aver inizio con la costruzione dei diagrammi delle figure 7a) e 7b), ottenuti riportando in ascisse i valori relativi alla velocità finale, V , che figurano nell'ottava colonna, e nelle ordinate i dati relativi alle corrispondenti quantità di calore, Q , che figurano nell'undicesima colonna.

Osservando poi che i punti, che compaiono in tali diagrammi, appartengono a curve non identificabili con facilità, conviene continuare l'indagine con la costruzione dei nuovi diagrammi delle figure 7c) e 7d), nelle cui ascisse compaiono i valori di V^2 che figurano nella dodicesima colonna della stessa tabella 5, e nelle cui ordinate compaiono sempre i corrispondenti valori di Q che figurano nell'ottava colonna.

Questi ultimi diagrammi, invece, mostrano senza difficoltà che i punti, riferentisi a prove sperimentali relative ad una stessa massa, appartengono ad una medesima retta.

I primi importanti e fondamentali risultati, che da essi si possono ricavare, sono:

- in assenza di attriti, tutti i corpi, che cadono da una stessa altezza h_0 , raggiungono il suolo con la medesima velocità finale, V_0 (fig.7c));
- le rette corrispondenti alla stessa massa $m_3 = 4,868$ Kg, discendente da altezze diverse h_0 e h_1 , risultano tra di loro parallele (fig.7d)). Perciò la

(19) Il dispositivo viene descritto anche nei dettagli nell'appendice B.

TABELLA N° 5

Temp. amb. °C	Altezza h m	Massa m Kg	Temp.in. t1 °C	Temp.fin. t2 °C	t=t2-t1 °C	Cap.term. Ct J/°C	Calore Q=CtΔt J	Spazio S m	Tempo τ s	Vel.fin. V m/s	v2 m2/s2	Qo=τmh J	Qo-Q=τmh-Q J	valore medio J/(Kg m2/s2)	Qo-Q V2	Qo-Q J/(m2/s2)	Qo-Q mV2
30.6	1.52	2.341	30.00	31.25	1.25	19.2	24.0	0.0600	0.0200	3.00	9.0	34.9	10.9	1.2			
29.4	1.52	2.341	29.20	30.45	1.25	19.2	24.0	0.0620	0.0200	3.10	9.6	34.9	10.9	1.1			
29.3	1.52	2.341	29.10	29.60	0.50	19.2	9.6	0.0930	0.0200	4.65	21.6	34.9	25.3	1.2			
29.4	1.52	2.341	28.80	29.90	1.10	19.2	21.1	0.0670	0.0200	3.35	11.2	34.9	13.8	1.2			
29.4	1.52	2.341	29.10	30.10	1.00	19.2	19.2	0.0730	0.0200	3.65	13.3	34.9	15.7	1.2			0.51
29.3	1.52	2.341	29.00	29.90	0.90	19.2	17.3	0.0775	0.0200	3.88	15.0	34.9	17.6	1.2			
29.5	1.52	2.341	28.60	30.15	1.55	19.2	29.8	0.0410	0.0200	2.05	4.2	34.9	5.1	1.2			
30.6	1.52	2.341	30.30	31.10	0.80	19.2	15.4	0.0800	0.0200	4.00	16.0	34.9	19.5	1.2			
29.5	1.52	2.341	28.50	30.35	1.85	19.2	35.5	0.0000	0.0200	0.00	0.0	34.9	0.6	-			
29.0	1.52	3.823	28.50	29.45	0.95	19.2	18.2	0.0900	0.0200	4.50	20.3	56.9	38.7	1.9			
29.1	1.52	3.823	28.40	29.25	0.85	19.2	16.3	0.0910	0.0200	4.55	20.7	56.9	40.6	2.0			
29.5	1.52	3.823	28.00	30.60	2.60	19.2	49.9	0.0340	0.0200	1.70	2.9	56.9	7.0	2.4			0.52
29.9	1.52	3.823	28.30	30.85	2.55	19.2	49.0	0.0420	0.0200	2.10	4.4	56.9	8.0	1.8			
32.5	1.52	3.823	30.80	32.30	1.50	19.2	28.8	0.0750	0.0200	3.75	14.1	56.9	28.1	2.0			
17.9	1.52	3.823	16.40	19.40	3.00	19.2	57.6	0.0000	0.0200	0.00	0.0	56.9	0.7	-			
29.7	1.52	4.868	28.80	30.05	1.25	19.2	24.0	0.0880	0.0200	4.40	19.4	72.5	48.5	2.5			
30.0	1.52	4.868	28.50	31.60	3.10	19.2	59.5	0.0450	0.0200	2.25	5.1	72.5	13.0	2.6			
29.9	1.52	4.868	28.30	31.95	3.65	19.2	70.1	0.0200	0.0200	1.00	1.0	72.5	2.4	2.4			0.49
29.8	1.52	4.868	28.40	31.20	2.80	19.2	53.8	0.0555	0.0200	2.78	7.7	72.5	18.8	2.4			
29.6	1.52	4.868	28.50	30.80	2.30	19.2	44.2	0.0680	0.0200	3.40	11.6	72.5	28.4	2.5			
17.9	1.52	4.868	15.90	19.65	3.75	19.2	72.0	0.0000	0.0200	0.00	0.0	72.5	-0.5	-			
30.3	1.10	4.868	30.00	30.80	0.80	19.2	15.4	0.0790	0.0200	3.95	15.6	52.5	37.1	2.4			
30.0	1.10	4.868	29.00	30.10	1.10	19.2	21.1	0.0725	0.0200	3.63	13.1	52.5	31.4	2.4			
30.2	1.10	4.868	29.30	31.25	1.95	19.2	37.4	0.0490	0.0200	2.45	6.0	52.5	15.0	2.5			0.51
30.1	1.10	4.868	29.00	31.35	2.35	19.2	45.1	0.0330	0.0200	1.65	2.7	52.5	7.4	2.7			
17.9	1.10	4.868	16.70	19.45	2.75	19.2	52.8	0.0000	0.0200	0.00	0.0	52.5	-0.3	-			

Figura 7 a)

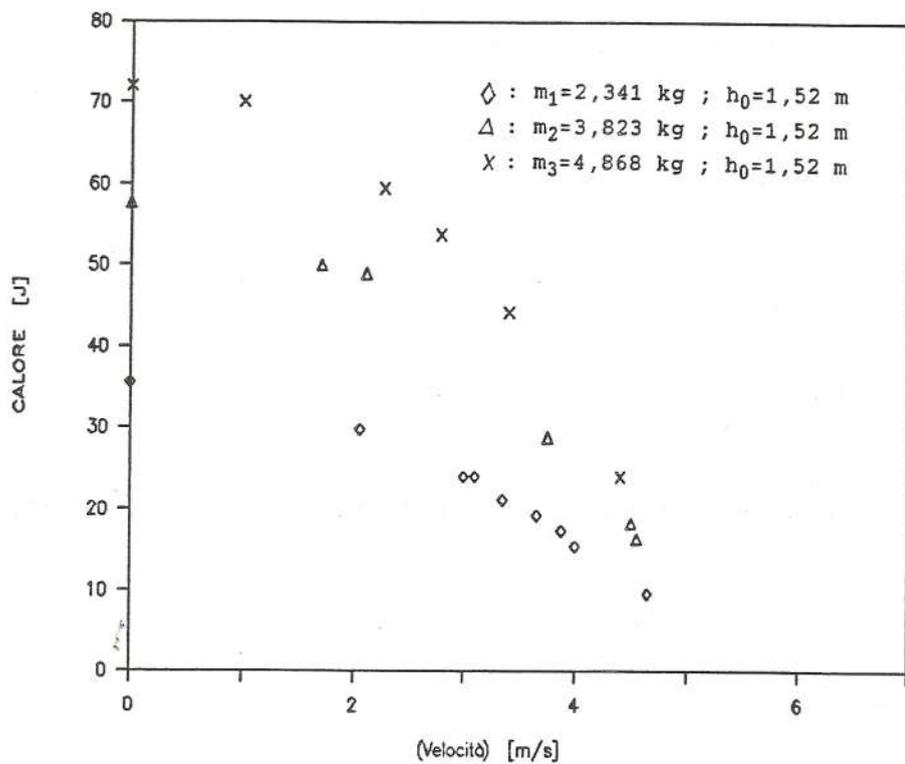


Figura 7 b)

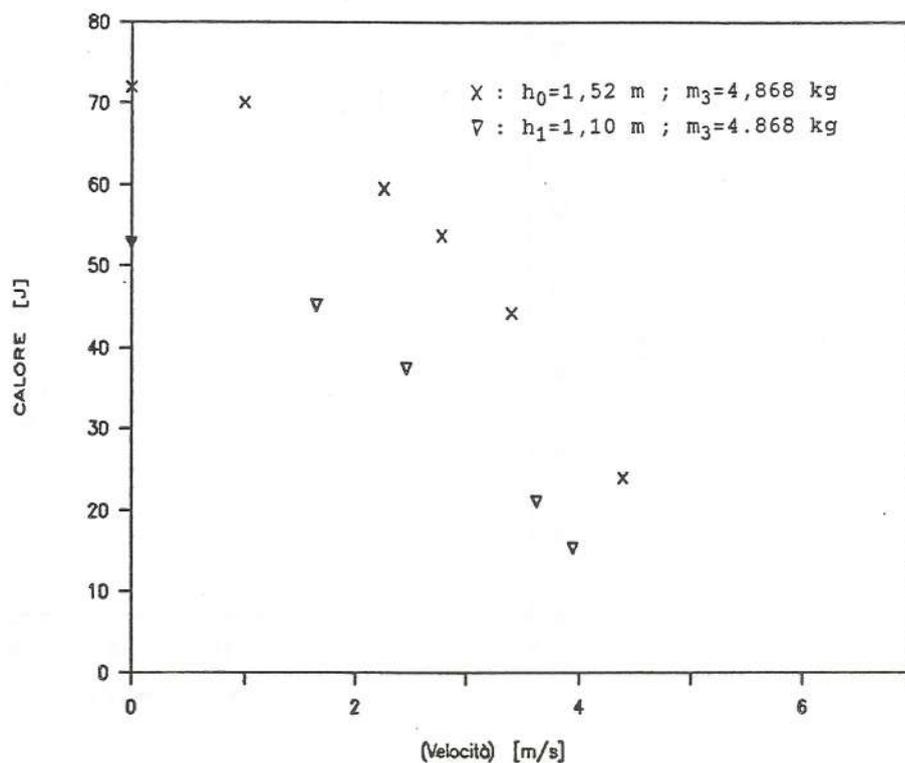


Figura 7 c)

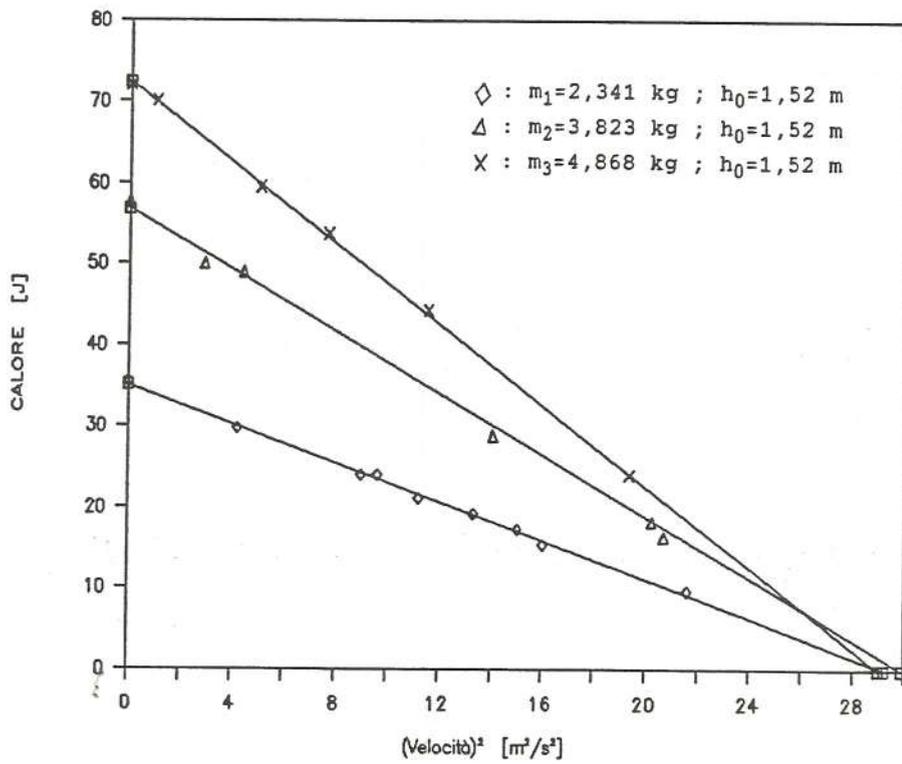
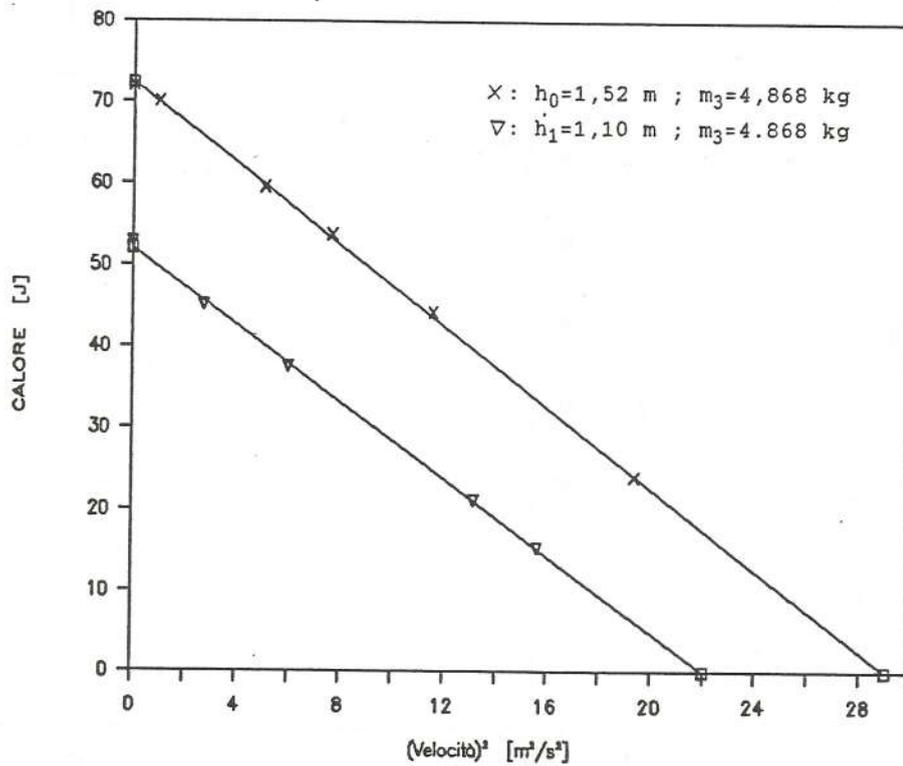


Figura 7 d)



pendenza di ciascuna delle rette della fig. 7c) dipende soltanto dalla massa m.

Per ottenere la relazione quantitativa esistente tra le grandezze che intervengono nel fenomeno, tenendo conto dei dati ricavati dalle esperienze, è conveniente considerare (fig.8) un solo diagramma analogo a quelli che compaiono in figura 7c).

Con le seguenti semplici considerazioni, infatti, si ricava la relazione esistente tra Q e V^2 .

I triangoli OAB e DAB sono tra loro simili. Perciò risulta:

$$(Q_0 - Q) : Q_0 = V^2 : V_0^2$$

e, quindi, si ha:

$$Q_0 V_0^2 - Q V_0^2 = Q_0 V^2,$$

da cui si ricava:

$$Q = - \frac{Q_0}{V_0^2} V^2 + Q_0 \quad (6)$$

Come già è stato detto, dal diagramma di fig. 7 c), si vede che qualunque sia il valore della massa m , quando l'altezza assume lo stesso valore h_0 , la velocità finale massima (raggiunta in assenza di attrito) assume sempre lo stesso valore V_0 . Ciò basta per riconoscere che l'angolo ABO, esprime la pendenza di ogni retta i cui punti soddisfano l'equazione (6), dipende soltanto dal valore $Q_0 = \gamma m h_0$, che, a sua volta, dipende soltanto da m , essendo mantenuto costante il valore dell'altezza h_0 .

Ciò significa che nella (6) il coefficiente di V^2 può essere espresso da:

$$\frac{Q_0}{V_0^2} = \frac{\gamma m h_0}{V_0^2} = \frac{\gamma h_0}{V_0^2} m,$$

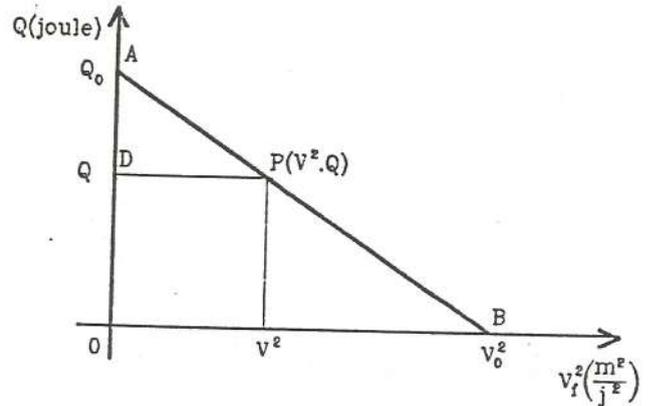


fig. 8

con $\frac{\gamma h_0}{V_0^2}$ costante, il cui valore, tenendo conto dei dati

sperimentali, che sono, in un caso, $h_0 = 1,52$ m e $V_0^2 = 29,5$ (m/s)², e, nell'altro caso, $h_0 = 1,10$ m e $V_0^2 = 21,5$ (m/s)², risulta :

$$0,50 = \frac{1}{2} \frac{J}{\text{Kg} (\text{m/s})^2}$$

Dunque la (6) si può scrivere

$$Q = - \frac{1}{2} mV^2 + Q_0$$

da cui

$$Q_0 = \gamma m h_0 = Q + \frac{1}{2} mV^2 \quad (7)$$

La qual cosa significa che addizionando la quantità di calore, Q , sviluppata per attrito e la grandezza $\frac{1}{2}mV^2$ (dipendente dalla velocità V raggiunta dalla massa, m , nel momento in cui arriva al piano orizzontale) si ottiene una somma costante $Q_0 = \gamma m h_0$, cioè significa che la somma delle due grandezza Q e $\frac{1}{2}mV^2$ è un invariante.

Osservazione

Si può pervenire ai risultati e alle relazioni conseguiti, e forse anche in maniera più facile e fisicamente più diretta, ricercando, basandosi sui dati e sui valori che compaiono nella tabella 5, una relazione che esprima il legame esistente tra la velocità finale, V , di discesa della massa m e la quantità di calore, $Q_0 - Q = \gamma m h_0 - Q$, mancante in corrispondenza di tale velocità.

Si può procedere nel seguente modo.

Si costruisce nella tab.5 la colonna contenente i valori di $Q_0 - Q = \gamma m h_0 - Q$ relativi ad ogni prova sperimentale eseguita.

Dopo aver constatato che il rapporto $(Q_0 - Q)/V = (\gamma m h_0 - Q)/V$ non risulta costante, si costruisce la colonna contenente i valori del quadrato della velocità finale, V^2 , e si esegue per ogni prova sperimentale effettuata, il rapporto $(Q_0 - Q)/V^2 = (\gamma m h_0 - Q)/V^2$.

Nella terzultima colonna della citata tab.5, sono stati riportati i valori di questi ultimi rapporti e subito appare con evidenza che, in corrispondenza ad una stessa altezza e ad una stessa massa, essi risultano, entro le incertezze sperimentali, tra loro uguali. Cioè risulta che facendo riferimento alla stessa massa e alla stessa altezza, $Q_0 - Q = \gamma m h_0 - Q$ è proporzionale a V^2 .

Nella penultima colonna della stessa tab. 5, sono stati riportati i valori medi di tali rapporti. Si nota subito che essi, per una stessa altezza h , crescono al crescere della massa m .

Ciò basta per essere indotti a prendere in considerazione il rapporto tra essi e la massa m , cioè per prendere in considerazione il valore dell'espressione

$$\frac{\frac{Q_0 - Q}{V^2}}{m} = \frac{\gamma m h_0 - Q}{m V^2}$$

Nell'ultima colonna della tab.5 sono stati proprio riportati i valori di tale espressione. Essi risultano, indipendentemente dalla massa m e dall'altezza h , uguali tra loro, e precisamente valgono, in ogni caso,

$$0,50 = \frac{1}{2} \frac{J}{\text{Kg} (\text{m/s})^2}$$

cioè risulta

$$\frac{Q_0 - Q}{m V^2} = \frac{1}{2}$$

da cui si ha :

$$Q_0 = \frac{1}{2} m V^2 + Q$$

Cioè, si ha:

$$Q_0 = \gamma m h_0 = \frac{1}{2} m V^2 + Q ,$$

coincidente proprio con la (7).

Dalla (7), che vale, ovviamente, anche quando la velocità finale V assume il valore massimo V_0 , a cui corrisponde una quantità di calore sviluppata per attrito $Q=0$, si ha :

$$\gamma m h_0 = \frac{1}{2} m V_0^2$$

da cui si ottiene :

$$V_0^2 = 2\gamma h_0$$

Ciò significa che, qualunque sia la loro massa m , tutti i corpi raggiungono una identica velocità finale V_0 , quando discendono, in assenza di attrito, dalla stessa altezza h_0 .

Facendo, poi, riferimento alle prove sperimentali i cui dati sono raccolti nella tab.5, e cioè alla altezza $h = 1,52$ m e $h = 1,10$ m, si trova che, in assenza di attrito, le velocità finali raggiunte da qualunque corpo che discenda da quelle altezze, sono rispettivamente :

$$V = \sqrt{2\gamma h} = \sqrt{2 \cdot 9,8 \cdot 1,52} = 5,5 \text{ m/s}$$

e

$$V = \sqrt{2\gamma h} = \sqrt{2 \cdot 9,8 \cdot 1,10} = 4,6 \text{ m/s}$$

coincidenti proprio con i valori che si ricavano dai diagrammi delle figure 7c) e 7d).

L'ENERGIA

22 || Si considerino, di nuovo, gli esperimenti eseguiti e i risultati ottenuti nel punto precedente.

La massa, m , si trovi inizialmente in A, posto sulla verticale passante per B, ad un'altezza $AB = h_0$ (fig.9).

Sia $Q_0 = \gamma m h_0$ la quantità di calore sviluppata per attrito quando la massa m discende lungo la verticale da A a B, con velocità costante molto piccola.

Sia C un qualunque punto intermedio tra A e B, e sia h l'altezza di C rispetto a B.

Si pensi di eseguire una prova sperimentale identica ad una di quelle effettuate nel punto precedente e di essere nelle condizioni per poter compiere le misure delle grandezze in gioco nell'istante in cui la massa m giunge in C.

In tale istante siano, perciò, note la quantità di calore Q sviluppata per attrito e la velocità V posseduta dalla massa m .

Si consideri, poi, che, quando la massa m percorre il cammino $AC = h_0 - h$ con velocità V costante molto piccola, la quantità di calore sviluppata per attrito risulta uguale a $\gamma m(h_0 - h)$.

E' facile, allora, riconoscere che, per la (7), si ha :

$$\gamma m(h_0 - h) = Q + \frac{1}{2} m V^2$$

cioè

$$\gamma m h_0 - \gamma m h = \frac{1}{2} m V^2 + Q$$

e, quindi,

$$\gamma m h_0 = Q_0 = \gamma m h + \frac{1}{2} m V^2 + Q \quad (8)$$

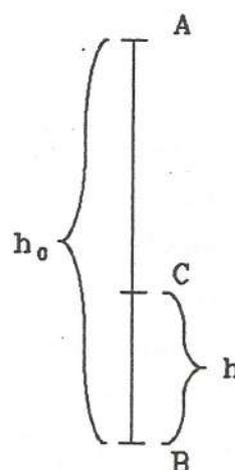


fig. 9

Poiché C è uno qualunque dei punti intermedi tra A e B, la (8) consente di affermare che, pur variando da punto a punto i valori assunti da ciascuna delle grandezze che in essa compaiono, in qualunque punto del segmento AB la somma di tali grandezze risulta costantemente uguale a γmh_0 . Cioè la (8) consente di affermare che le tre grandezze :

- γmh - dipendente dall'altezza h a cui si trova la massa m,
- $\frac{1}{2}mV^2$ - dipendente dalla velocità V posseduta dalla massa m,
- Q - quantità di calore sviluppata per attrito,

in uno qualunque dei punti del segmento AB, avendo sempre per somma il valore costante $Q_0 = \gamma mh_0$, costituiscono un importante invariante, il cui interesse per lo studio dei fenomeni naturali si rivela fondamentale.

Anche al fine di poter riconoscere a tale invariante la dignità e la valenza caratteristiche delle grandi leggi della natura, si è convenuto di denotarne l'essenza e il significato concettuale con un nome proprio specifico : "E N E R G I A"

In particolare, per denotare i caratteri esclusivi, distintivi e qualificativi di ciascuna delle grandezze che compaiono nella (8), la voce "energia" è stata integrata con opportuni attributi nel modo seguente.

A γmh è stato attribuito il nome di energia potenziale gravitazionale.

A $\frac{1}{2}mV^2$ è stato attribuito il nome di energia cinetica.

A Q è stato attribuito il nome di energia termica.

Mentre a $Q_0 = \gamma mh_0$, costante, è stato riservato il nome di energia totale.

Da quanto è stato detto più sopra e nei paragrafi precedenti, segue, in modo del tutto ovvio, che l'unità di misura dell'energia è il Joule [J].

Tenendo poi presente che l'energia cinetica, $\frac{1}{2}mV^2$, è, evidentemente, esprimibile anche mediante l'unità di misura della massa, il Kg, e l'unità di misura della velocità, il m/s, cioè mediante il Kg $(m/s)^2$, si riconosce

molto facilmente che la massa di un Kg, muovendosi alla velocità di 1 m/s , possiede l'energia cinetica di 2 Joule, cioè si riconosce che:

$$1 \text{ Joule} = \frac{1}{2} \text{ Kg (m/s)}^2.$$

Osservazioni.

a) La (3), la (4) e la (7) risultano casi particolari della (8). Esse, infatti, derivano dalla elaborazione dei dati ricavati da esperimenti, nei quali una, o più di una, delle grandezze che compaiono nella (8), risultano nulle; in ognuna di esse, inoltre, così come avviene nella (8), si mantiene costante la somma, $Q_0 = \gamma m h_0$, delle grandezze in gioco, le quali, perciò, costituiscono nei vari casi un aspetto particolare dell'invariante precedentemente trovato, alla cui essenza è stato attribuito il nome proprio specifico di "energia".

Passando, poi, all'esame dei vari casi, si verifica che :

- quando $h = 0$, la (8) diviene $\gamma m h_0 = Q_0 = \frac{1}{2} m V^2 + Q$ e coincide proprio con la (7).

Fisicamente ciò significa che, quando la massa m raggiunge il punto B con una consistente velocità V , la somma dell'energia cinetica, $\frac{1}{2} m V^2$, e dell'energia termica, Q , assume il valore $\gamma m h_0 = Q_0$, costante, dell'energia totale ;

- quando $V = 0$, la (8) diventa $\gamma m h_0 = Q_0 = \gamma m h + Q$ e coincide proprio con la (4).

Fisicamente ciò significa che, quando la massa m discende con velocità molto piccola (cioè tale da poter essere considerata nulla), in ogni punto di AB, la somma dell'energia potenziale gravitazionale, $\gamma m h$, e dell'energia termica, Q , sviluppata per attrito, assume il valore $\gamma m h_0 = Q_0$, costante, dell'energia totale;

- quando $h = 0$ e $V = 0$, la (8) diviene $\gamma m h_0 = Q_0 = Q$ e coincide proprio con la (3).

Fisicamente ciò significa che, quando la massa m , discendendo da A con velocità molto piccola (cioè tale da poter essere considerata nulla), raggiunge il punto B, l'energia potenziale gravitazionale

iniziale, γmh_0 , risulta identica all'energia termica $Q = Q_0$ sviluppata per attrito.

b) Si riprenda in considerazione la relazione :

$$\gamma mh_0 = Q_0 = \gamma mh + Q_x + Cx^2 \quad (5)$$

ovvero la

$$\gamma mh_0 = Q_0 = \gamma mh + Q_x + C(h_0-h)^2 \quad (5')$$

Anche in questo caso, pur variando da punto a punto il valore assunto da ciascuna delle tre grandezze che compaiono al secondo membro, resta costante la somma $\gamma mh_0 = Q_0$, che, per quanto è già stato stabilito, rappresenta l'energia totale in gioco nell'esperimento descritto al punto 20.

Da ciò segue immediatamente che, essendo: $Q_0 = \gamma mh_0$ l'energia totale, γmh l'energia potenziale gravitazionale, Q_x l'energia termica, anche il termine $C(h_0-h)^2 = Cx^2$, dipendente dall'elasticità della molla, esprime una forma particolare di energia. Ad essa viene dato il nome di energia potenziale elastica.

c) In base a quanto è stato detto nelle due osservazioni a) e b), appare abbastanza spontaneo e opportuno pensare di eseguire un esperimento ancor più generale di quelli descritti in precedenza.

Allo scopo si può pensare di riutilizzare le apparecchiature di figura 4 per ripetere l'esperimento descritto al punto 20, ma, questa volta, considerando di studiare la situazione esistente quando la massa, m , passa per un punto D intermedio tra il punto A (dal quale la massa inizia la discesa) e il punto C (nel quale la massa stessa si ferma per effetto della tensione provocata dall'allungamento subito dalla molla).

Si pensi, allora, che le misure, effettuate, quando si verifica tale situazione, abbiano fornito gli elementi sufficienti per determinare :

- - la velocità, V , posseduta dalla massa, m , nell'istante in cui si trova in D ;
- - l'allungamento $x = AD$ subito dalla molla ;
- - la quantità di calore Q_x sviluppata per attrito durante la discesa della massa da A a D;
- - la quota h di D rispetto a B;

e, perciò, abbiano fornito gli elementi bastevoli per determinare :

- - l'energia cinetica, $\frac{1}{2}mV^2$, posseduta dalla massa m nel punto D ;
- - l'energia potenziale elastica, $Cx^2 = C(h_0-h)^2$, accumulata dalla molla ;
- - l'energia termica, Q_x , sviluppata per attrito ;
- - l'energia potenziale gravitazionale, γmh , posseduta dalla massa, m , in D .

Risulta, allora, del tutto logico e spontaneo, ammettere, così come effettivamente è, che sia :

$$\gamma mh_0 = Q_0 = \frac{1}{2}mV^2 + Cx^2 + Q_x + \gamma mh .$$

Cioè, considerato che D è uno qualunque dei punti di AB , il risultato di tale esperimento (esprimibile mediante l'ultima relazione scritta) è sufficiente a provare che, in ogni punto di AB , la somma delle quattro forme di energia che compaiono al secondo membro, risulta sempre uguale all'energia totale, $\gamma mh_0 = Q_0$, vale a dire risulta un invariante.

d) Come conseguenza di tutto ciò che precede, risulta del tutto lecito e logico affermare che "l'energia può trasformarsi da una forma ad un'altra, ma, in ogni caso, l'energia totale si conserva". (principio di conservazione dell'energia).

Introduzione operativa al concetto di forza

23 || Esperienza Siano disponibili alcune molle, a, b, c, d, e, .., non precomprese, uguali tra loro.

Prima di tutto si osservi che una qualunque di esse, agganciata con un estremo ad un perno fisso, subisce un allungamento quando, con una mano, all'altro estremo libero viene applicata una forza tendente ad allontanarla dal perno fisso.

Si osservi, in più, che, quando con la mano viene variata l'intensità della forza, varia, corrispondentemente, l'allungamento, e che, quando non varia la forza, l'allungamento resta costante. Perciò, si può dire che, quando l'allungamento resta costante, la molla esercita una forza costante di intensità uguale a quella esercitata dalla mano, ma con verso contrario.

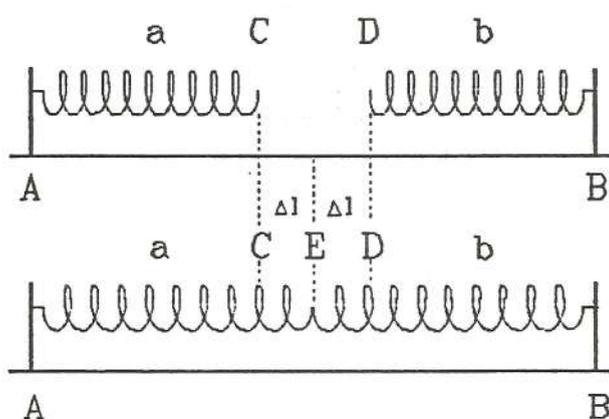


fig. 10

a) Si agganchino ai due perni A e B, rigidamente fissati ad un tavolo, rispettivamente un estremo della molla a, e un estremo della molla b, come in figura 10.

Siano C e D rispettivamente gli altri estremi liberi delle due molle, e siano $AC = BD = l_0$ la lunghezza delle due molle quando non sono soggette a tensione.

Si tendano le due molle fino a riuscire ad aggancciarle tra loro nel punto E. Se le due molle, come si è ammesso per ipotesi, sono uguali, risulta $AE = BE = l_1$, e, quindi, gli allungamenti subiti da ciascuna delle due molle, $EC = ED = l_1 - l_0 = \Delta l$, risultano uguali.

Poiché il punto E non si muove, in base alle osservazioni iniziali, è facile ammettere che le due molle esercitino rispettivamente lungo la stessa retta AB, ma con verso contrario, la stessa forza, f .

Quindi risulta facile ammettere che forze uguali, agendo su molle uguali, producano allungamenti uguali.

Si ripeta la stessa prova sostituendo alla molla b un'altra molla uguale c, avente, quando non è soggetta a tensione, ancora la lunghezza l_0 (fig. 11).

Si tendano le due molle fino a giungere ad agganciarle tra loro in E.

Anche in questo caso risulta $AE=BE=l_1$ e, quindi, risulta $EC = ED = l_1 - l_0 = \Delta l$.

Perciò si può dire che anche la molla c, subendo lo stesso allungamento Δl , esercita una forza f d'intensità uguale a quella esercitata rispettivamente dalle molle a e b quando subiscono lo stesso allungamento Δl .

Si eseguano altre prove sperimentali identiche a quella precedente usando, ogni volta, insieme alla molla a, ciascuna delle molle d, e, f, uguali tra loro, e uguali ad a.

I risultati sperimentali ottenuti forniscono ancora elementi per dire che anche ciascuna delle molle d, e, f, subendo lo stesso allungamento Δl , esercita la forza di intensità uguale a quella esercitata, rispettivamente, dalle molle a, b, c, quando subiscono lo stesso allungamento Δl .

b) Si esegua, ora, un'ulteriore prova sperimentale con

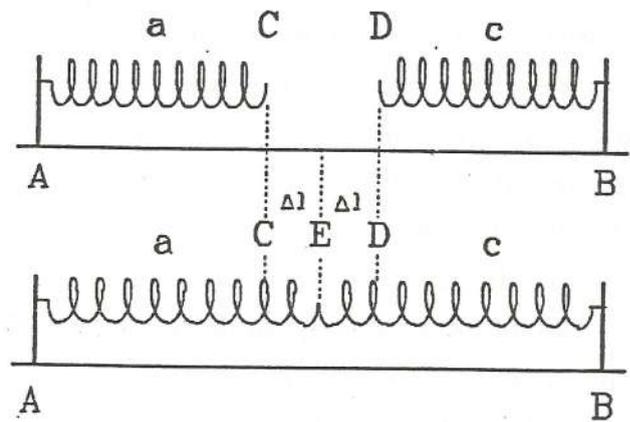


fig. 11

tre molle a , b , c , disposte in modo che due di esse, ad esempio la a e la b , siano agganciate con un estremo al perno A e l'altra, la c , sia agganciata con un estremo al perno B , come in figura 12. Il perno B possa essere spostato e fissato a un qualunque altro punto del piano al quale appartiene la retta AB individuata dal punto A e dalla posizione iniziale di B .

Si tendano le tre molle a , b , c fino a giungere ad agganciarle nel punto E ; e si sposti il perno B in modo che risulti $AE = l_1$ e quindi in modo che gli allungamenti subiti da ciascuna delle due molle a e b siano $CE = l_1 - l_0 = \Delta l$.

Si noterà che l'allungamento subito dalla molla c risulta $ED = EB - DB = 2\Delta l$.

Ciò significa che quando la molla c subisce un allungamento doppio di quello subito da ciascuna delle due molle a , b , esercita una forza, $2f$, doppia di quella esercitata singolarmente da ognuna di queste ultime due molle.

Se, poi, il perno B si sposta in una posizione tale che l'allungamento subito dalla molla c risulti Δl , si noterà che ciascuna delle due molle a , b risulta allungata di $\Delta l/2$.

Ciò significa che quando la molla a (oppure la molla b) subisce un allungamento metà dell'allungamento subito dalla molla c , esercita una forza $f/2$, cioè la metà di quella esercitata da quest'ultima molla.

Si ripetano, poi, le stesse prove sperimentali usando le quattro molle uguali a , b , c , d ; agganciando un estremo delle prime tre al perno posto in A e un estremo della quarta al perno posto in B . Si tendano le quattro molle fino a riuscire ad agganciarle tra loro nel punto E . Quando il perno B viene spostato fino ad essere fissato in una posizione tale da determinare un allungamento, Δl , di ciascuna delle

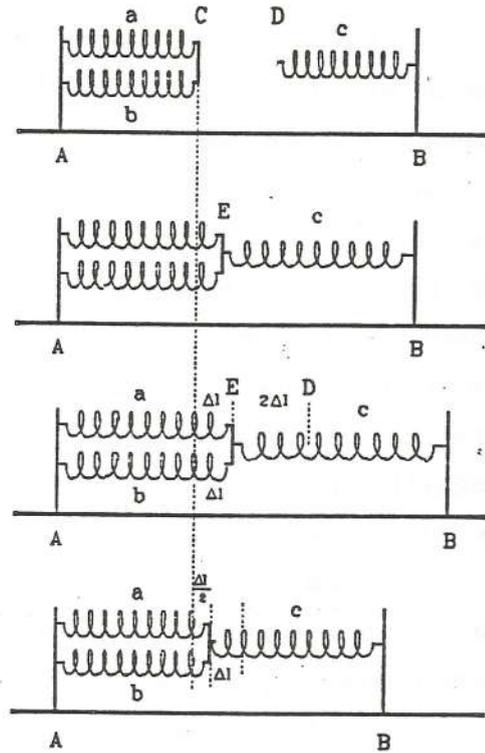


fig. 12

molle a, b, c, (identico all'allungamento subito dalle molle nel primo degli esperimenti descritti in questo paragrafo), si nota che la molla d subisce un allungamento $3\Delta l$.

Se, invece, B viene spostato in modo tale che la molla d subisca un allungamento Δl (sempre identico a quello subito da ciascuna delle due molle nel primo esperimento descritto in questo stesso paragrafo), si trova che ognuna delle molle a, b, c subisce un allungamento $\Delta l/3$.

Ciò sta a significare che ad un'allungamento della molla triplo corrisponde una forza tripla, $3f$, e che a un allungamento della molla ridotta ad un terzo, corrisponde una forza ridotta a un terzo, $f/3$.

Si potrebbe proseguire con l'esecuzione di altre prove sperimentali simili a quelle già descritte, usando cinque, sei, ecc. molle tra loro uguali, con risultati ormai del tutto prevedibili.

Osservazione

I risultati ottenuti sono di certo sufficienti per poter dire che, per una qualunque delle molle considerate, l'allungamento subito risulta proporzionale alla forza che lo causa, e cioè che ognuna delle molle considerate esercita una forza proporzionale all'allungamento subito

Un corretto atteggiamento, ispirato ad una sana cautela, ci avverte, però, che questo risultato non può essere immediatamente esteso a tutte le molle: per generalizzare, occorre il sostegno di ulteriori prove sperimentali eseguite con altre molle tra loro diverse.

c) - Esperienza. - Siano disponibili tutte le molle a, b, c, d, e, ..., uguali tra loro, utilizzate nei precedenti esperimenti.

Esse consentono, sicuramente, in corrispondenza agli allungamenti Δl , $2\Delta l$, $3\Delta l$, $\frac{1}{2}\Delta l$, $(\frac{1}{3})\Delta l$, ecc. subito da una qualunque di esse, di poter disporre di forze aventi rispettivamente l'intensità f , $2f$, $3f$, $\frac{1}{2}f$, $(\frac{1}{3})f$, ecc.

Si disponga, inoltre, di un'altra molla, s (non precompressa) diversa da quelle precedenti.

Si fissi un estremo della molla a al perno A e un estremo della molla s al perno B, e siano C e D rispettivamente gli estremi liberi di tali due molle (fig.13).

Siano $AC = l_0$ e $BD = l_s$, rispettivamente le lunghezze delle due molle considerate, a ed s, quando non sono soggette a tensione. Si tendano le due molle fino a pervenire al loro aggancio nel punto E.

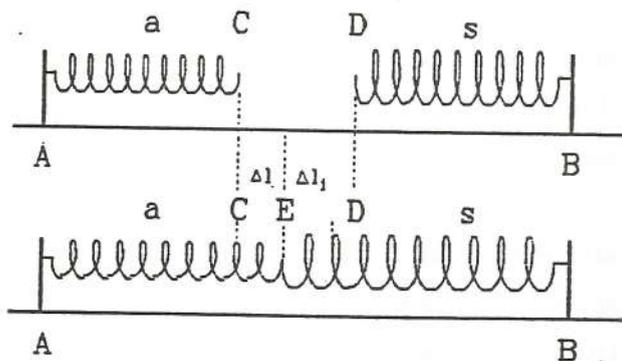


fig. 13

Poiché il punto E resta immobile,

le due molle esercitano l'una sull'altra una forza uguale e contraria.

Siano $AE = l_1$ e $BE = l_2$ le lunghezze assunte dalle due molle in tale situazione di tensione.

Si regoli la posizione di B in modo tale che l'allungamento $CE = l_1 - l_0 = \Delta l$, subito dalla molla a, risulti identico a quello subito dalla stessa molla nell'esperimento descritto al punto a), e, cioè, in modo tale che essa eserciti la forza f già più volte incontrata.

La molla s, che in tale situazione esercita una forza contraria, ma di identica intensità, f , risulta essere stata, corrispondentemente, allungata di un allungamento $\Delta l_s = l_2 - l_s$.

Si regoli, ora, la posizione di B in modo tale che la molla a, subendo l'allungamento $2 \cdot \Delta l$, eserciti una forza di intensità $2f$. In questa nuova situazione la molla, s, che esercita una forza uguale e contraria di intensità $2f$, risulta corrispondentemente, essere stata allungata di un'allungamento $2 \cdot \Delta l_s$.

Spostando ulteriormente B in modo che l'allungamento subito dalla molla a, risulti $3\Delta l$, esercitando una forza di intensità $3f$, la molla s, corrispondentemente avrà subito un allungamento di $3\Delta l_s$, al quale corrisponde una forza di intensità $3f$.

Proseguendo con spostamenti di B tali da ottenere allungamenti della molla a di $4\Delta l$, di $\frac{1}{2}\Delta l$, di $(\frac{1}{3})\Delta l$, ..., ai quali corrispondono forze aventi l'intensità di $4f$, di $\frac{f}{2}$, di $\frac{f}{3}$, ..., la molla s subisce corrispondenti allungamenti di $4\Delta l_s$, di $\frac{1}{2}\Delta l_s$, di $(\frac{1}{3})\Delta l_s$, ..., ai quali corrispondono rispettivamente forze aventi l'intensità di $4f$, di $\frac{f}{2}$, di $\frac{f}{3}$,

Tutto ciò è sufficiente per poter dire che anche la molla s è capace di esercitare una forza proporzionale all'allungamento da essa

subito. In altre parole, se l'intensità della forza, misurata in una qualunque unità arbitraria [ad esempio la forza esercitata dalla molla a in corrispondenza all'allungamento Δl subito dalla molla stessa nell'esperimento descritto nel punto a)], si indica con F, e con x si indica l'allungamento, in metri, subito dalla molla stessa, risulta :

$$F = K_s x ,$$

dove K_s è una costante, il cui valore dipende dalla unità di misura arbitrariamente scelta per misurare le forze.

Si ripetano, ora, tutte le prove sperimentali precedenti, sostituendo alla molla s una nuova molla t, diversa da s e diversa dalle molle a, b, c, d, e,

I risultati, che si ottengono pure in questo caso, indicano che anche la molla t è capace di esercitare una forza proporzionale all'allungamento da essa subito. Quindi, se con F viene indicata l'intensità della forza, sempre misurata mediante la stessa unità arbitraria usata nel caso precedente, e con x viene indicato il corrispondente allungamento subito dalla molla, misurato in m, anche questa volta risulta :

$$F = K_t \cdot x ,$$

dove K_t è una costante, il cui valore dipende ancora dalla unità di misura adottata per misurare le forze, e risulta diverso da quello trovato nel caso precedente relativo alla molla s.

Non essendovi ragioni particolari per pensare che il comportamento delle molle a, b, c, d, e, ..., e delle due molle s e t sia speciale, appare del tutto logico e naturale generalizzare, ammettendo l'esistenza della seguente legge empirica : "La forza esercitata da una molla, entro ampi limiti, risulta proporzionale all'allungamento subito dalla molla stessa" (legge di HOOKE).

Cioè, indicati con F l'intensità della forza misurata in un'unità arbitrariamente scelta, e con x l'allungamento subito dalla molla, misurato in m, per ogni molla, risulta:

$$F = Kx$$

dove K è una costante, il cui valore, che rappresenta una specifica caratteristica di ogni molla, dipende dalla unità di misura scelta per la forza.

$K = F/x$, che viene denominata costante elastica della

molla, ha le dimensioni di $\frac{\text{unità di forza}}{m}$.

d) Al fine di poter eseguire misure esprimenti i valori delle intensità delle forze, è necessario introdurre una unità di misura delle forze riproducibile con facilità.

A questo scopo basta scegliere una qualunque particolare molla, a cui attribuire la specifica qualità di essere considerata la molla campione (come molla campione può essere adottata la molla a, già più volte utilizzata negli esperimenti fin qui descritti).

Si stabilisce allora che debba essere considerata come unità di misura delle forze, la forza esercitata dalla molla scelta come campione quando subisce un determinato allungamento. Ad esempio se si è scelto proprio la molla a come campione, si può stabilire che l'unità di misura delle forze sia quella esercitata dalla stessa molla a, quando subisce l'allungamento di un cm.

A tale unità di misura delle forze si può attribuire un nome, ad esempio il nome di U.F.(unità di forza).

Dopo di che è evidente che si hanno a disposizione forze di varia intensità, delle quali è nota la misura in U.F., e cioè che si hanno a disposizione, in corrispondenza agli allungamenti subiti dalla molla campione, di 1 cm, di 2 cm, di 3 cm, di $\frac{1}{2}$ cm, di $\frac{1}{3}$ cm,..., rispettivamente le forze di 1 U.F., di 2 U.F., di 3 U.F., di $\frac{1}{2}$ U.F., di $\frac{1}{3}$ U.F.,...

Il possesso di un tale strumento consente di misurare in U.F., le forze esercitate da una qualunque altra molla in corrispondenza agli allungamenti da essa subiti. Cioè, ciò consente di "tarare" in unità di forza (in U.F.) una qualunque altra molla. Vale a dire ciò consente di determinare, per qualunque altra molla, il valore della sua costante elastica caratteristica, K, in $\frac{U.F.}{m}$.

24 || Come si è visto nel punto precedente la relazione $F = K \times$ mette in evidenza che il valore della costante, K, caratteristica di ogni molla, dipende dalla unità di misura scelta per misurare

l'intensità della forza (l'allungamento, x , si considera sempre misurato in metri). Più precisamente mette in evidenza che le due grandezze, forza F e costante K , sono legate tra loro in modo tale che, quando ne sia stato determinato il valore di una delle due, effettuandone la misura in una qualunque unità di misura prescelta, restano completamente definiti il valore e l'unità di misura dell'altra.

Si riprenda ora in considerazione la prima delle due molle utilizzate nell'esperimento descritto al punto 20, e, ricorrendo alla precedente molla tarata in U.F., cioè ricorrendo a forze note, se ne provochino i corrispondenti allungamenti. Appare, allora, del tutto evidente che, anche per tale molla, è possibile determinare il valore della costante elastica $K = F/x$, misurata in $U.F./m$.

Ora della citata molla (punto 20) sono noti i valori della costante K , in $U.F./m$, e della costante $C = 13,3 J/m^2$

Tali costanti, in corrispondenza ad ogni allungamento, x , subito dalla molla stessa, danno la possibilità di esprimere rispettivamente l'entità della forza esercitata $F = Kx$, in U.F., e la quantità di energia elastica accumulata Cx^2 , in J.

Tutto ciò consente di considerare ormai acquisito, insieme alla capacità di eseguire la misura delle varie quantità di energia, il completo possesso dei mezzi e dei modi per effettuare, in qualsiasi caso, la misura dell'intensità delle forze. Quindi si può considerare ormai acquisito tutto ciò che serve per rendere quantitativi gli esperimenti riferentisi a fenomeni fisici nei quali entrino in gioco i valori di quantità di energia, oppure i valori di intensità di forze.

Ciò nonostante è conveniente soffermarsi ulteriormente sul tema.

L'opportunità di una tale decisione troverà, lungo il percorso che segue, validi elementi di sostegno per meritare un giusto e motivato apprezzamento.

Intanto, per fissare più a fondo le basi su cui proseguire l'indagine, si ricordi, ancora una volta, che, per ogni molla, una volta scelta, in modo arbitrario, l'unità di misura delle forze, resta univocamente e completamente determinato il valore della costante elastica, K , e che, viceversa, fissato in modo arbitrario il valore della costante elastica, K , restano univocamente determinati il valore

dell'intensità della forza, F , e la sua unità di misura ; e si ricordi , inoltre, che l'unità di misura delle forze, U.F., è stata introdotta proprio in modo arbitrario durante la discussione descritta nel paragrafo precedente.

Si riconsideri, ora, la già più volte citata molla utilizzata nell'esperimento descritto nel paragrafo 20 e si immagini di aver intuito una qualche ragione sufficientemente valida per stabilire che sarebbe conveniente attribuire alla sua costante elastica, K , un preciso e opportuno valore prestabilito, e perciò, che potrebbe essere opportuno introdurre una appropriata e vantaggiosa unità di misura delle forze. Appare chiaramente evidente, ricordando proprio le arbitrarietà già più volte citate, che l'operazione intuita risulta veramente possibile. Anzi, va subito notato che i fisici hanno da tempo operato secondo l'opportunità offerta da tale possibilità, scegliendo come unità di misura delle forze proprio quella forza che riesce a far sì che il valore della costante elastica, K , di una qualunque molla considerata, risulti, in unità di forza , numericamente di valore doppio del numero che esprime quanto vale la sua costante C , in J/m^2 .

Tenuto conto, perciò, che la costante C della molla in questione (paragrafo 20) vale $13,3 J/m^2$, i fisici hanno scelto come unità di misura delle forze, quella forza che fa sì che la costante elastica, K , della stessa molla, valga $26,6 \frac{\text{unità di forza}}{m}$. A tale unità di forza essi hanno attribuito il nome di **Newton** (N). Perciò la costante elastica della molla considerata vale $26,6 N/m$.

Da ciò segue che tale molla è in grado di esercitare una forza avente l'intensità di un Newton quando subisce un'allungamento x di $(1/26,6)m$, cioè di $3,76 \text{ cm}$. E, più in generale, segue che tale molla costituisce un semplice e valido strumento adatto ad effettuare, con ovvie operazioni sperimentali, la misura in N, di una qualunque forza.

QUALCHE PROPRIETA' DELLE FORZE

25 || In base a quanto è stato stabilito e osservato in precedenza, pur non avendone mai fatto cenno in maniera esplicita, emerge chiaramente che non è sufficiente conoscere la misura, in Newton, dell'intensità per possedere la completa conoscenza di ogni aspetto caratteristico di una forza.

Più volte, durante le precedenti descrizioni di esperimenti, si è fatto riferimento alla direzione e al verso nei quali una forza agiva.

Perciò, ora, se per essere più precisi si presta maggior attenzione, si riconosce con facilità che anche la direzione e il verso risultano attributi fondamentali di una forza.

In altre parole, si riconosce che una forza risulta completamente nota, cioè se ne riconoscono del tutto gli effetti che può procurare, quando di essa si conoscono : l'intensità, misurata in Newton, e la direzione e il verso lungo i quali essa agisce.

Introdotti questi concetti sorge subito il problema di studiare quali siano gli effetti determinati da più forze agenti in direzioni e versi qualsiasi, cioè il problema di riuscire a determinare la composizione di più forze o, come comunemente si dice, di determinare la somma di più forze qualsiasi.

E' conveniente procedere con gradualità, iniziando con il ricercare la maniera di comporre (cioè di determinare la somma di) due forze non parallele.

Si abbiano a disposizione più molle, ad esempio, le molle a, b, c, d, e, ... uguali tra loro, considerate nel paragrafo 25, e sia nota la costante elastica, K, misurata in N/m , comune ad ognuna di esse.

Le due molle a e b, rispettivamente fissate con una delle loro estremità ai punti A e B, e in condizioni di riposo, siano disposte lungo la retta t, come in fig 14a).

Si tendono le due molle fino a congiungerle tra loro nel punto E (fig.14b)).

Poiché le due molle sono uguali e sono disposte lungo la stessa retta, risultano ugualmente allungate di un segmento $ME = NE = x$, ed agiscono una sull'altra, in versi opposti, con una forza, $F_a = F_b$, di intensità $F = Kx$ Newton.

Si elimini, poi, la molla b. La molla a ritorna nelle condizioni di riposo con una estremità fissata in A e l'altra estremità libera L situata ancora sulla retta t.

Si considerino, ora, le due molle c e d disposte in modo che una delle loro rispettive estremità risulti fissata ai due punti C e D appartenenti a due rette passanti per l'estremità libera L della molla a e formanti due angoli uguali, α , con la retta t.

Le due estremità libere delle due molle c e d vengano agganciate all'estremità L della molla a (fig.14c)).

Si spostino i punti C e D in modo che l'estremità L della molla a si muova lungo la retta t.

Si noti che, affinché si verifichi una tale circostanza, è sufficiente che le rette CL e DL formino sempre con la retta t due angoli uguali tra loro, pur eventualmente con l'ampiezza comune variabile durante l'esecuzione dell'operazione.

Si noti, inoltre, che, quando l'estremità L è giunta fino a sovrapporsi al punto E (fig.14d)), la molla a, avendo subito l'allungamento x identico a quello del caso precedentemente illustrato in fig.14b), agisce di nuovo con la forza nota F_a , di intensità $F = Kx$ N, e, quindi, che le molle c e d, insieme, esercitano una forza equivalente,

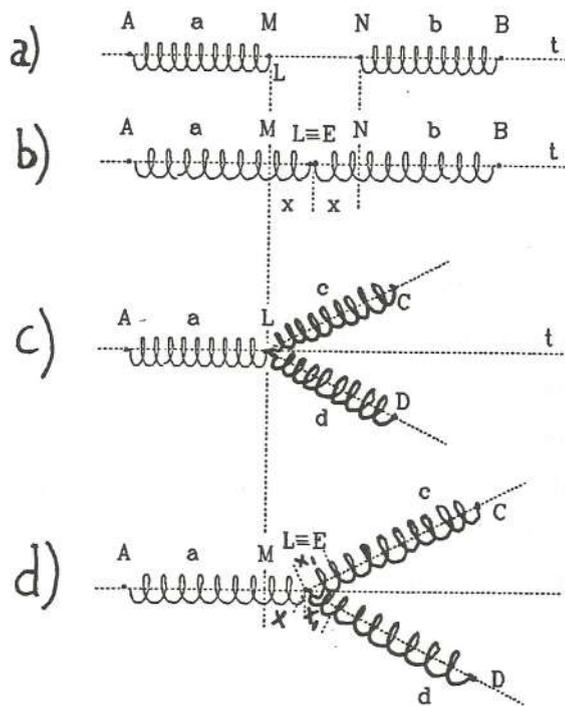


fig. 14

in intensità direzione e verso, a quella che prima esercitava da sola la molla b allontanata.

Si noti, infine, che, in tale situazione, con l'identico allungamento, x_1 , subito da ciascuna delle due molle c e d, variabile al variare di a , ma in ogni caso tale che $x_1 \geq \frac{1}{2}x$, ciascuna molla esercita una forza di intensità $F_1 = Kx_1$, tale che $2F_1 = 2Kx_1 \geq F = Kx$.

Per determinare la relazione esistente tra le forze F ed F_1 , conviene introdurre un modo simbolico per rappresentare in maniera sintetica tutti gli attributi importanti (intensità, direzione e verso) di una forza.

Da tempo, il simbolo usato per rappresentare una forza è costituito da un segmento, in cui sia stato stabilito un orientamento indicato con una freccia. (fig.15). Tale simbolo riesce assai bene a rappresentare :

- l'intensità della forza mediante la lunghezza del segmento, una volta che sia stato stabilito il segmento corrispondente all'unità di forza (il Newton) (fig. 15a));

- la direzione nella quale la forza agisce, individuata dalla retta alla quale appartiene il segmento o da una qualunque retta ad essa parallela;

- il verso nel quale la forza agisce, individuato dalla freccia orientante il segmento.

Ad esempio, in fig.15, la forza F_1 ha l'intensità di 4N e la forza F_2 l'intensità di 6N; le forze F_1 e F_3 hanno la stessa direzione, intensità uguali, ma versi opposti; le forze F_1 e F_4 hanno intensità diversa, ma direzione e versi uguali.

Si riprenda, ora, in considerazione il caso al quale si riferisce la figura 14d) e, per comodità, si rappresentino le forze in gioco mediante segmenti costruiti secondo i criteri poco più sopra stabiliti, cioè

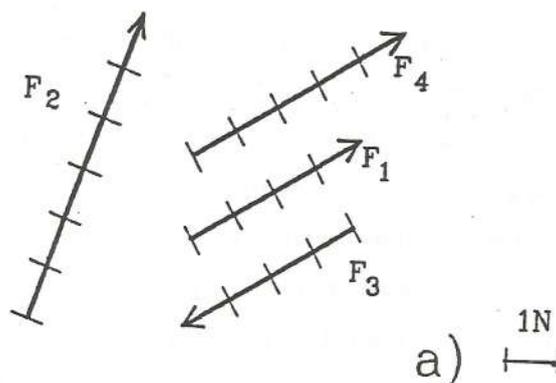


fig. 15

mediante segmenti in grado di rappresentarne l'intensità la direzione e il verso.

Si prendano, poi, in esame alcune situazioni particolari riferentisi al caso considerato e si assuma l'angolo α come l'elemento caratterizzante ognuna di tali situazioni.

1) - Sia $\alpha = 60^\circ$.

Sperimentalmente risulta che l'allungamento, X_1 , subito da ciascuna delle due molle c e d è identico all'allungamento, X , subito dalla molla a, cioè risulta che l'intensità delle tre forze, F_a , F_c , F_d , esercitate rispettivamente dalle tre molle a, c, d, risultano uguali tra loro..

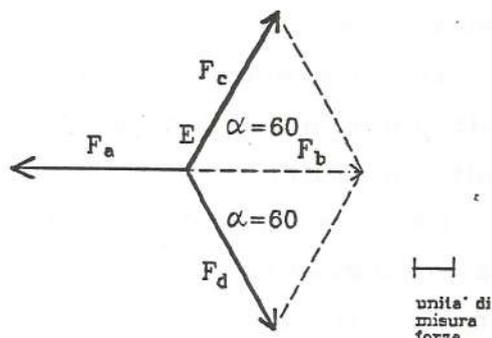


fig. 16

Appare chiaro, poi, che le due forze F_c ed F_d , insieme risultano equivalenti (cioè producono effetti uguali) alla forza F_b esercitata dalla molla b, ora allontanata (fig.14b)); si vede, inoltre, sempre con facilità, che il segmento rappresentante la forza F_b allontanata, in fig.16 disegnato con tratteggio, risulta la diagonale minore del rombo avente i lati uguali ai segmenti rappresentativi delle forze F_c e F_d .

2) - Sia $\alpha = 45^\circ$.

Sperimentalmente risulta che l'allungamento, X_1 , subito da ciascuna delle due molle c e d è uguale a $0,71X$ dell'allungamento X subito dalla molla a, cioè risulta che $F_c = F_d = 0,71F_a$.

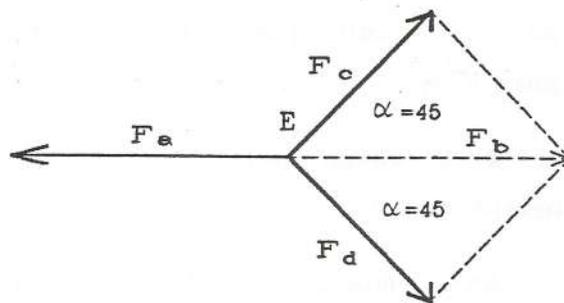


fig. 17

Appare, poi, chiaro che le due forze F_c ed F_d , insieme risultano equivalenti (cioè producono effetti uguali) alla forza F_b esercitata dalla molla b, ora allontanata (fig.14b)).

Si vede, inoltre, sempre abbastanza facilmente, che il segmento rappresentante la forza allontanata F_b , disegnato con tratteggio in

fig.17, risulta una diagonale del quadrato avente i lati uguali ai segmenti rappresentativi delle forze F_c ed F_d .

3) - Sia $\alpha = 30^\circ$.

Sperimentalmente risulta che l'allungamento, X_1 , subito da ciascuna delle due molle c e d è uguale a $0,58X$.

Appare, poi, chiaro che le due forze F_c ed F_d , insieme risultano equivalenti

(cioè producono effetti uguali) alla forza F_b esercitata dalla molla b , ora allontanata (fig.14b)).

Si vede, inoltre, sempre con facilità, che il segmento rappresentante la forza allontanata F_b , disegnato con tratteggio in fig.18, risulta la diagonale maggiore del rombo avente i lati uguali ai segmenti rappresentativi delle forze F_c ed F_d .

Appare del tutto inutile continuare con l'analisi di ulteriori casi riguardanti la situazione illustrata in fig.14d). Si può ormai affermare che qualunque sia il valore assunto dall'ampiezza dell'angolo α , le due forze F_c ed F_d risultano i lati di un rombo la cui diagonale, appartenente alla retta a cui appartiene il segmento rappresentativo della forza F_a , e considerata orientata in senso opposto a tale segmento, rappresenta, in tutti i suoi attributi, la forza F_b , cioè la somma delle due forze F_c ed F_d .

Si riprenda in considerazione la situazione rappresentata dalla fig.14b) e si sostituisca la molla b con le due molle c e d , entrambe collegate in L alla molla a , e tese ognuna in modo diverso, ma tale che L risulti ancora coincidente con E (fig.19a)), cioè tale che la molla a risulti di nuovo allungata di un segmento X .

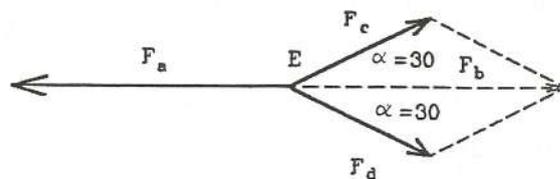


fig. 18.

Si nota subito che le forze esercitate dalle due molle c e d, insieme, risultano equivalenti (cioè producono effetti uguali) alla molla b allontanata.

La fig.19b), nella quale le forze sono state rappresentate dai segmenti orientati costruiti secondo le convenzioni prima stabilite, illustra la situazione descritta e raffigurata in fig.19a)

Appare, allora, evidente che la forza F_b , disegnata con tratteggio, equivalente, come si è già detto, alle due forze F_c ed F_d , risulta coincidente, in intensità, direzione e verso, con la diagonale (appartenente alla

retta alla quale appartiene la forza F_a) del parallelogramma avente per lati i segmenti rappresentativi delle forze F_c ed F_d .

Disponendo le molle c e d in maniera diversa da quella raffigurata in fig.19, ma sempre in modo tale che la molla a risulti disposta lungo la stessa retta e con l'estremità L coincidente con E, si ritrova (si vedano gli esempi illustrati in figura 20 e 21), in ogni caso, che la forza F_b , equivalente alle due forze F_c ed F_d , cioè in grado di sostituire le due forze F_c ed F_d insieme, risulta sempre coincidente con la diagonale del parallelogramma avente per lati le due forze F_c ed F_d stesse.

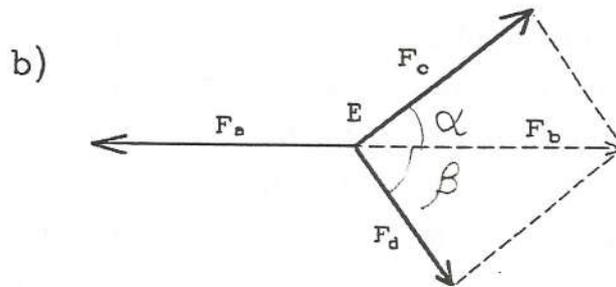
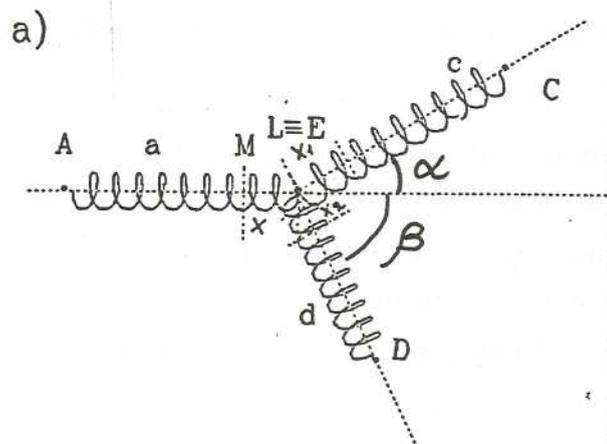


fig. 19

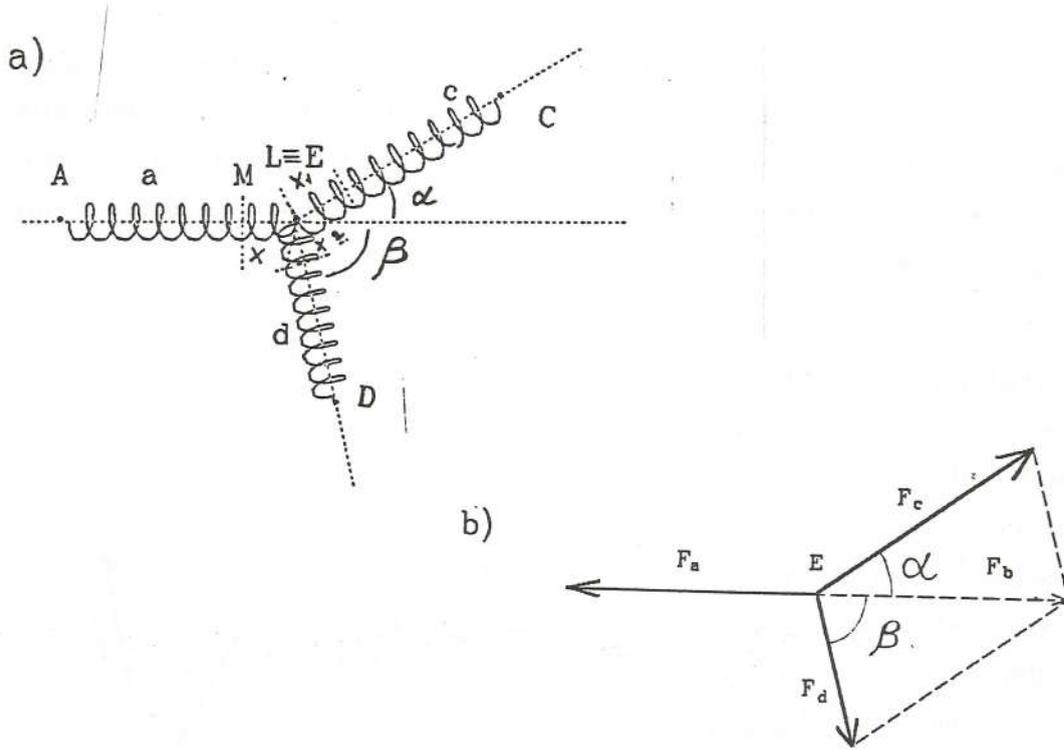


fig. 20

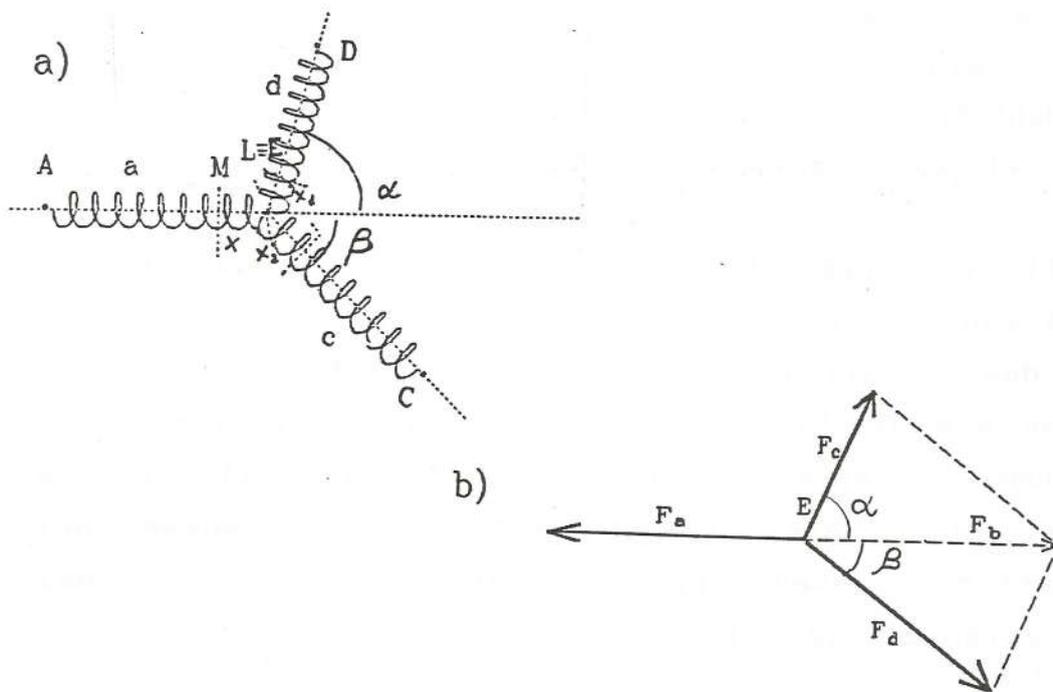


fig. 21

Si può, perciò, concludere che la forza risultante di due forze date (cioè equivalente alle due forze date) e rappresentate, in base alla convenzione stabilita, mediante segmenti orientati, è, in ogni caso, espressa, in intensità, direzione e verso, dalla diagonale del parallelogramma avente per lati le due forze stesse.

Le grandezze dotate di intensità direzione e verso, rappresentabili, in base alla convenzione stabilita, mediante segmenti orientati, e tali da sommarsi secondo la regola del parallelogramma, vengono chiamate grandezze vettoriali, ed i segmenti orientati che le rappresentano vengono chiamati vettori.

Il simbolo, con cui, di solito, viene indicato un vettore, è costituito da una lettera dell'alfabeto soprascritta con una piccola freccia.

I vettori raffigurati in fig.22 possono, dunque, essere indicati con i simboli \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} , \vec{d} , \vec{e} .

Dati due vettori \vec{a} e \vec{b} , aventi la stessa origine, qualunque sia la loro intensità, la loro direzione e il loro verso, è sempre possibile determinare il vettore \vec{c} ad essi equivalente, cioè il vettore $\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$ somma dei due vettori assegnati, mediante la regola del parallelogramma (fig.23).

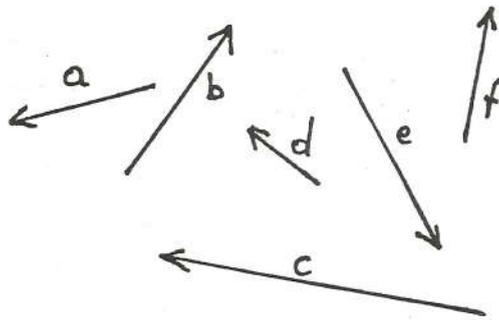


fig. 22

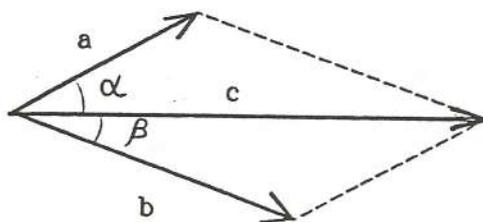


fig. 23

Due vettori \vec{a} e \vec{a}^1 sono uguali quando hanno la stessa intensità, la stessa direzione e lo stesso verso.

In fig.24, i vettori $\vec{a}, \vec{a}^1, \vec{a}^2, \vec{a}^3, \vec{a}^4, \vec{a}^5$ ecc. sono tutti uguali tra di loro, avendo la stessa lunghezza (intensità), lo stesso verso e la stessa direzione (tutti appartengono, infatti, a rette parallele, cioè a rette aventi la stessa direzione).

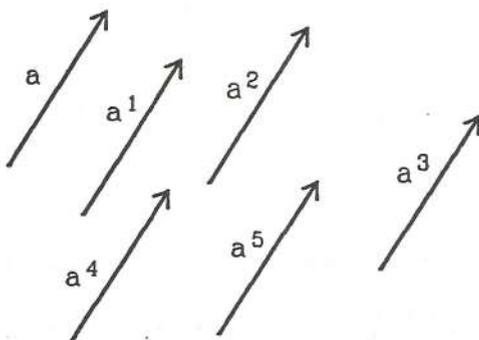


fig. 24

Da ciò segue che due vettori possono essere sommati tra loro anche se la loro origine non è coincidente nello stesso punto.

In fig.25 sono indicati i due vettori \vec{a} e \vec{b} , dei quali si vuole determinare la somma.

Le rette a e b alle quali appartengono rispettivamente i due vettori si incontrano nel punto M.

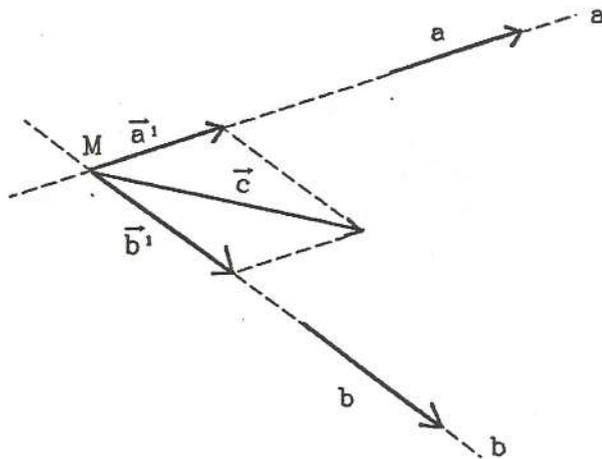


fig. 25

Sulla retta a , con origine in M , si considera il vettore \vec{a}^1 uguale al vettore \vec{a} , e sulla retta b , con origine in M , si considera il vettore \vec{b}^1 uguale al vettore \vec{b} .

La somma dei due vettori $\vec{a}^1 + \vec{b}^1 = \vec{c}$ è la somma dei due vettori $\vec{a} + \vec{b} = \vec{c}$.

Per determinare la somma di più vettori dati, basta determinare il vettore somma di due di essi e a quest'ultimo sommare un altro dei vettori dati. Al vettore risultante, poi, si somma un nuovo vettore scelto tra i rimanenti, e così via si procede con lo stesso criterio fino a quando tutti i vettori dati non siano entrati in gioco uno per volta e una volta soltanto. L'ultimo vettore ottenuto in tal modo risulta la somma di tutti i vettori dati.

Da quanto precede, infine, segue che qualunque vettore \vec{a} può considerarsi (fig. 26) come somma di infinite coppie di vettori \vec{a}_1', \vec{a}_1'' ; \vec{a}_2', \vec{a}_2'' ; \vec{a}_3', \vec{a}_3'' ; ecc.

I due vettori di ogni coppia la cui somma risulta uguale al vettore dato, costituiscono, per definizione, le componenti del vettore dato nelle direzioni a cui appartiene ciascun vettore della coppia considerata.

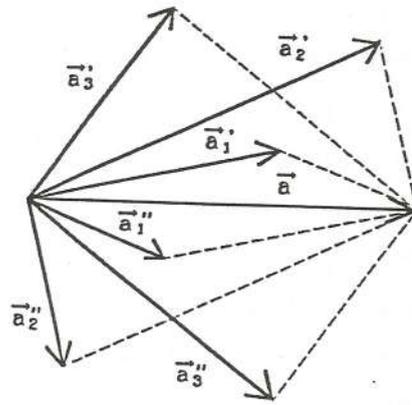


fig. 26

LAVORO

26 || Lo strumento (la molla tarata) introdotta nel paragrafo 24, come già più volte è stato detto, è in grado di fornire la misura, in Newton, di una qualunque forza F .

Una comune bilancia consente di effettuare la misura, in Kg, di una qualunque massa, m .

Ricorrendo all'uso dei due citati apparecchi, è perciò possibile e ricco di sviluppi notevolmente interessanti, effettuare la ricerca della relazione esistente tra una qualsiasi massa m , situata in un determinato punto dello spazio, e la forza F , con la quale tale massa viene sollecitata a muoversi verticalmente verso il basso.

Si abbiano a disposizione una molla s , la cui costante elastica K misurata in N/m , sia nota, e alcuni corpi, le cui masse m_1 , m_2 , m_3 , ..., misurate in Kg, siano conosciute.

L'esperimento può essere condotto nel seguente modo.

In un punto A dello spazio, si appendono alla molla s , una per volta, ognuna delle predette masse e si misurano, in corrispondenza a ciascuna di esse gli allungamenti subiti dalla molla stessa (fig.27a,b,c,,).

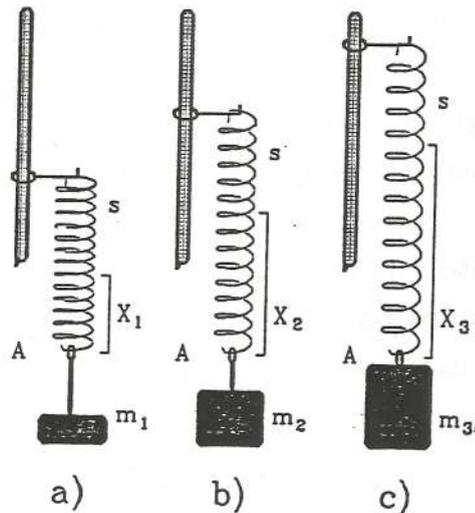


fig. 27

Nella seguente tab.6 sono stati riportati i dati ottenuti in una serie di prove sperimentali effettivamente eseguite.

TABELLA N 6

massa m (Kg)	cost.elast molla k (N/m)	allunga- mento x (m)	forza $F=kx$ (N)	F $\gamma = \frac{F}{m}$ (N/Kg)
0.200	26.6	0.074	1.97	9.85
0.300	26.6	0.110	2.93	9.77
0.400	26.6	0.147	3.91	9.78
0.500	26.6	0.184	4.89	9.78
0.600	26.6	0.220	5.85	9.75

Si riconosce senza difficoltà che la forza F , cresce al crescere della massa m . Anzi si osserva che il rapporto F/m , riportato nell'ultima colonna della tabella, risulta costante, e perciò rivela una palese proporzionalità diretta tra la forza F e la massa m .

Per di più si nota immediatamente che tale rapporto, valendo $\gamma = 9,8 \text{ N/Kg}$, risulta numericamente identico al valore della costante γ , esprime, in $\text{J}/(\text{Kg m})$, il rapporto Q/mh incontrato nell'esperimento

descritto al punto 17. Ciò suscita il legittimo e onesto sospetto che tale identità di valori debba non ritenersi puramente casuale.

La ragionevolezza di tale sospetto diviene maggiormente sostenibile, quando si giunge a constatare, mediante prove sperimentali uguali a quella già descritta, che, in qualsunque altro punto dello spazio (accessibile senza far ricorso a mezzi tecnici speciali, cioè nello spazio molto vicino alla superficie della terra, nel quale normalmente viviamo), il valore del rapporto F/m risulta identico a quello trovato nell'esperimento eseguito nel punto A, cioè risulta, in ogni caso, di $\gamma = 9,8 \text{ N/Kg}$.

Tutto ciò rende lecito e plausibile considerare che la scelta precedentemente fatta di introdurre il Newton, come unità di misura delle forze, sia stata opportunamente assennata.

Essa, infatti, risulta feconda di spunti e di indicazioni sufficienti per indurre a pensare che, tra l'energia potenziale gravitazionale e la forza con cui una massa viene sollecitata a muoversi verticalmente verso il basso, intercorra, quanto meno, una stretta connessione.

Intanto si può iniziare con l'osservare che la costante $\gamma = 9,8 \text{ N/Kg}$, risultando indipendente dalla massa m considerata e dalla forza F con cui tale massa viene sollecitata, esprime una proprietà fisica caratterizzante i punti dello spazio. Anzi, tale costante sembra poter essere assunta come misura di un "qualcosa", che, pur non essendo percepibile con i nostri sensi, riesce a manifestare la sua concreta presenza nei punti dello spazio mediante gli effetti che esso stesso è in grado di provocare: il peso dei corpi, cioè la forza verticale verso il basso esercitata sulle masse dei corpi.

A tale "qualcosa", fisicamente presente nei punti dello spazio, per definizione, è stato, da tempo, attribuito il nome di "campo gravitazionale".

Si può, perciò, affermare che nei punti dello spazio prossimi alla terra, esiste un campo gravitazionale, la cui intensità vale $\gamma = 9,8 \text{ N/Kg}$, e che tale campo è il responsabile del peso dei corpi, cioè della forza F con cui una qualunque massa m è sollecitata a muoversi verticalmente verso il basso. Dunque si può dire che è il "campo gravitazionale" la causa della forza $F = \gamma m$, verticale e diretta verso il

basso, esercitata su una qualsiasi massa m situata in un qualunque punto dello spazio.

Facendo riferimento al contenuto del paragrafo 17 e considerando, in particolare, il fatto che lo sviluppo di calore per attrito nell'elemento sensibile del dispositivo allora utilizzato, veniva determinato dalla discesa verticale lenta della massa m , risulta abbastanza naturale ammettere che, anche in quel caso, il moto della massa fosse stato causato dalla forza $F = \gamma m$ poco fa descritta.

Le considerazioni fatte poco più sopra, rimediate insieme con quelle contenute nella osservazione fatta nella conclusione del paragrafo 17, forniscono proprio un potente sostegno alla validità dell'idea, con la quale, precedentemente, si è ammessa l'esistenza di una stretta connessione tra l'energia potenziale gravitazionale ed il peso dei corpi.

Anzi, tenedo presente che la costante $\gamma = 9,8 \text{ J/Kgm}$ esprime una proprietà dei punti dello spazio legata all'energia potenziale, e che la costante $\mathcal{W} = 9,8 \text{ N/Kg}$ esprime una proprietà degli stessi punti dello spazio legata al "campo gravitazionale", cioè al peso dei corpi, e tenendo conto che l'energia potenziale greavitazionale si trasforma in energia termica mediante l'attrito determinato dal moto provocato dalla forza $F = \mathcal{W}m$ esercitata proprio dal "campo gravitazionale sulla massa m , appare del tutto lecito e plausibile ammettere che le due costanti, γ (in J/Kgm) e \mathcal{W} (in N/Kg), possano essere considerate due aspetti diversi del medesimo ente, cioè possono essere considerate due modi diversi per esprimere la medesima proprietà di ogni punto dello spazio.

Cioè appare lecito e plausibile (almeno per ora, e fino a quando non si troverà qualche motivo che lo vieti) ammettere l'identificazione di γ con \mathcal{W} e, quindi, l'identificazione di un J/Kgm con un N/Kg , da cui segue che vale l'uguaglianza: $J = Nm$.

Tutto ciò oltre che lecito, appare del tutto accettabile e soddisfacente, in quanto fornisce un favorevole contributo ad agevolare l'interpretazione dei fenomeni con ragionamenti che permettono una notevole economia di pensiero, ed in quanto soddisfa l'esigenza, estesa e consolidata, di attribuire alla natura meccanismi operativi razionali, ma molto semplici.

Da quanto precede e ricordando che l'energia potenziale gravitazionale si esprime mediante la relazione γmh , e che tale energia (paragrafo 17) si può trasformare tutta in calore mediante l'attrito regolato in modo tale che la massa, m , possa discendere con velocità molto piccola, risulta abbastanza facile riconoscere che l'energia potenziale si trasforma in calore quando la forza agente $F = \gamma m$ determina uno spostamento $s = h$ nella direzione e nel verso nei quali essa stessa agisce.

Se, poi, si ricorda (paragrafo 21) che quando l'attrito è ridotto a zero, cioè quando la massa discende con velocità crescente fino a raggiungere il valore finale massimo V , tutta l'energia potenziale gravitazionale γmh , si trasforma in energia cinetica $\frac{1}{2}mV^2$, e si osserva che, anche in questo caso, la discesa della massa, m , è provocata dalla forza $F = \gamma m$, si riconosce senza alcuna difficoltà che anche quest'ultima trasformazione di energia potenziale gravitazionale in energia cinetica, avviene per intervento della forza $F = \gamma m$, che determina lo spostamento $s = h$ nella sua stessa direzione e nel suo stesso verso.

Tutto ciò è sufficiente per poter affermare che ogni volta che una forza F determina uno spostamento s concorde con la sua direzione, si ottiene una trasformazione di energia, e la quantità di energia trasformata viene espressa mediante la relazione $F \cdot s$.

Al prodotto $F \cdot s$, per definizione, si dà il nome di lavoro, L .

Dunque il lavoro,

$$L = F \cdot s$$

indica quant'è l'energia trasformata, e perciò la sua unità di misura è il Joule. Osservando, poi, che la forza, avente l'intensità di un Newton (N), quando determina lo spostamento di un metro (m) nella sua direzione e nel suo verso, trasferisce un Joule di energia, cioè produce il lavoro L di un Joule, risulta, proprio come poco più sopra si è visto, che è

$$J = N \cdot m$$

E' conveniente, inoltre, mettere in evidenza che il campo gravitazionale, determinando, come si è già detto più volte, su ogni corpo di massa m , posto in un qualunque punto dello spazio circostante

e vicino alla terra, una forza F (peso) verticale diretta verso il basso, di intensità γm , risulta dotato di direzione e di verso ben determinati.

Poiché la forza, $F = \gamma m$, ha carattere vettoriale, anche il campo gravitazionale è una grandezza a carattere vettoriale.

Sinteticamente, allora, il campo gravitazionale può essere espresso, in tutti i suoi attributi (intensità, direzione e verso) mediante il vettore $\vec{\gamma}$.

Perciò, il peso di un corpo di massa m , risulta:

$$\vec{F} = \vec{\gamma} \cdot m$$

Ora è possibile fornire una spiegazione sufficientemente chiara dell'esperimento descritto al paragrafo 18.

Al pari di ogni vettore, la forza $\vec{F} = \vec{\gamma} m$ (peso della massa m) verticale diretta verso il basso, si può considerare come la somma di due vettori \vec{F}_1 ed \vec{F}_2 rispettivamente diretti in modo parallelo e normale al piano inclinato fig. 28.

Il piano inclinato impedisce che la forza F_2 sposti la massa m nella sua direzione, mentre la forza F_1 determina, per tutta la lunghezza, l , del piano inclinato uno spostamento della massa m stessa. Perciò la forza F_1 lavora, ed il lavoro prodotto vale:

$$L = F_1 \cdot l$$

Considerando, poi, che i due triangoli ABC e MNQ sono simili, risulta:

$$F : F_1 = l : h$$

da cui si ricava:

$$F_1 l = F h = \gamma m h$$

che spiega appunto il risultato dell'esperimento descritto nel paragrafo 18.

Da quanto precede si ricava, inoltre, che, quando la

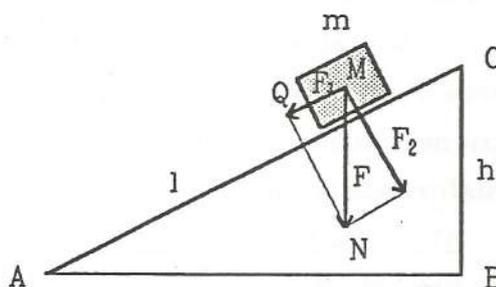


fig. 28

forza \vec{F} determina uno spostamento avente direzione diversa da quella alla quale essa appartiene, il lavoro ottenuto risulta uguale al prodotto dell'intensità della componente della forza nella direzione dello spostamento per lo spostamento stesso.

Risulta ovvio allora che se lo spostamento risultasse normale alla forza il lavoro sarebbe nullo.

Appendice A

Apparecchio per determinare la relazione esistente tra l'attrito e il calore da esso generato

1 || L'apparecchio e le sue parti

Esistono parecchi dispositivi utilizzabili per determinare la relazione intercorrente tra l'energia meccanica ed il calore da essa sviluppato per attrito. Tra essi, quelli di capacità termica molto piccola, presentano un notevole interesse didattico. Infatti, quando vengono utilizzati inseriti in un cammino logico opportunamente studiato, consentono di introdurre operativamente il concetto di ENERGIA, mediante prove sperimentali quantitative.

Un buon esempio di un apparecchio usato in tal modo, e di straordinaria efficacia didattica, si trova nel corso di Fisica descritto nel PS2-Zanichelli, editore in Bologna.

L'apparecchio dell'esempio citato, fornisce ottimi risultati quando le operazioni sperimentali vengono svolte in certe particolari condizioni (ad esempio quando la massa, appesa al filo che genera l'attrito, discende lentamente), ma quando si opera in altre condizioni, pur ugualmente interessanti, (come ad esempio quando la massa appesa al filo discende rapidamente) i risultati non sono del tutto soddisfacenti.

E' stata l'esigenza di poter disporre di un apparecchio in grado di fornire risultati omogeneamente buoni in tutte le condizioni, la principale sollecitazione e lo scopo per avviare, parecchi anni fa, un'attività di ricerca protrattasi a lungo nel tempo.

Il frutto del lavoro svolto, insieme a qualche risultato intermedio abbastanza interessante, è costituito dall'apparecchio che qui di seguito viene descritto.

Quest'ultimo apparecchio sembra proprio quello più meritevole di particolare favorevole considerazione per il notevole grado di affidabilità e di ripetitività raggiunto nelle prove sperimentali eseguite in qualsiasi condizione.

Il disegno di fig. 1, in scala 1:2, rappresenta la sezione mediana di tale apparecchio, illustrato nella sua completezza nella fotografia di fig. 3.

Il disegno di fig. 2, in scala 1:1, riproduce un particolare del disegno di fig. 1. Le varie parti, che compongono il particolare, sono state tra loro convenientemente distanziate, allo scopo di metterne in evidenza le caratteristiche strutturali.

La lettera A, in fig. 1 e in fig. 2, indica la sezione piana della struttura metallica di sostegno, e la lettera B, in fig.1, indica tutto l'insieme degli elementi essenziali al funzionamento della struttura nella quale, mediante l'attrito, viene sviluppato il calore.

I particolari di quest'ultima struttura possono essere facilmente osservati in fig.2. Essi sono:

1) un elemento circolare metallico (rame o alluminio), D, sagomato in modo tale da presentare, al centro e coassiale con esso, una cavità cilindrica di dimensioni adatte ad ospitare, con una sufficiente esattezza, il bulbo di un termometro al decimo di grado, e da presentare all'esterno, tutt'intorno, una scanalatura simile alla gola di una carrucola. Entro tale gola può essere avvolto un filo abbastanza sottile, avente un estremo libero e l'altro estremo saldamente fissato ad uno dei bordi della gola stessa. Il filo d'acciaio ricoperto di nylon (\varnothing 0,6 mm) comunemente usato dai pescatori per la pesca con l'amo, può servire benissimo a tale funzione;

2) un blocchetto cilindrico di legno (cedro del Canada), E, fissato rigidamente con una base ad un robusto disco metallico, G. L'altra base, nel cui centro è scavata una cavità cilindrica coassiale di dimensioni tali da poter ospitare, con buona esttezza, la parte centrale sporgente dell'elemento metallico D, è ricoperta di una sottile (spessore 1 mm) pellicola di sughero;

3- Un blocchetto cilindrico di legno (cedro del Canada), F, attraversato da un foro cilindrico e coassiale, del diametro di 10 mm. Una base è ricoperta di un sottile strato di sughero (spessore 4 mm) e l'altra base è fissata solidamente alla parete maggiore di una lamina di acciaio, H. Quest'ultima, a forma di L, ha la parete minore fermamente connessa, mediante un bullone, Q, alla intelaiatura di sostegno A, ed ha

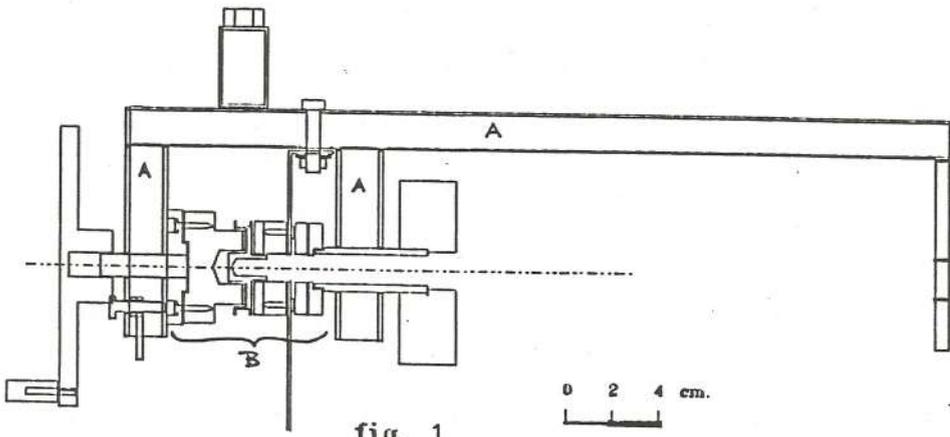


fig. 1

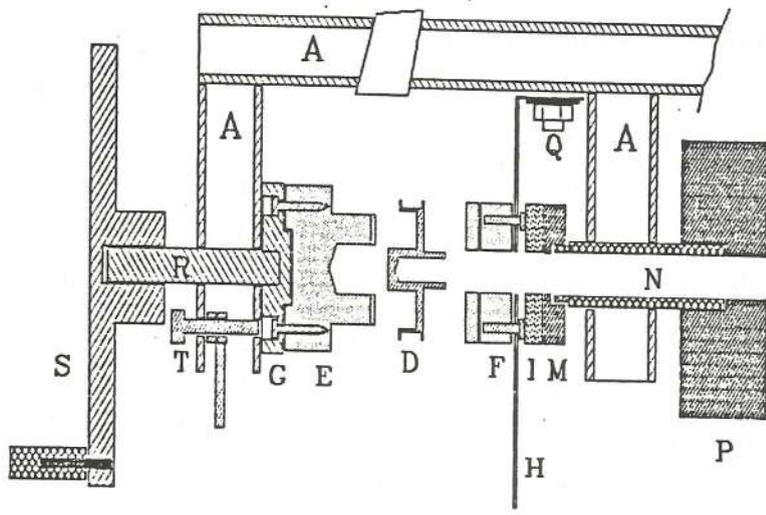


fig. 2

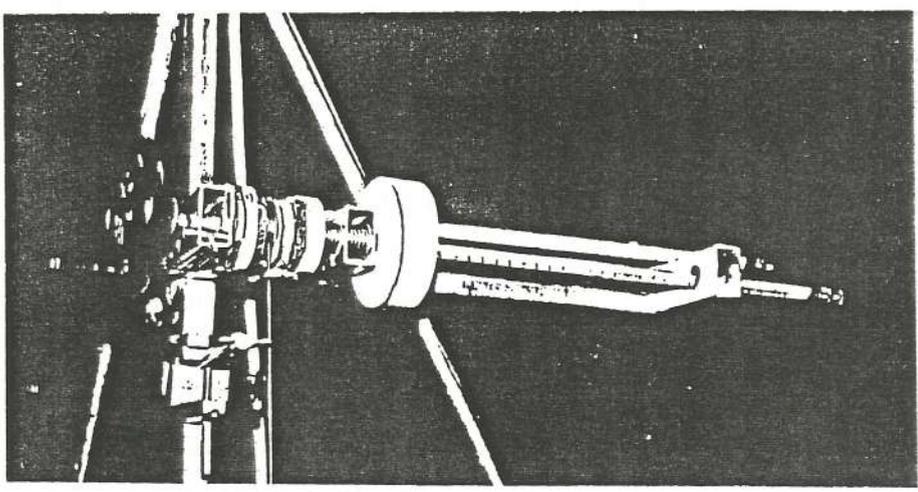


fig. 3

nella parete maggiore un foro, avente il diametro e l'asse coincidenti con quelli del foro esistente nel blocchetto di legno;

4) un dischetto di gomma, I, con un foro centrale del diametro di circa 10 mm, incollato alla lamina H in modo da risultare dalla parte opposta e coassiale con il blocchetto cilindrico di legno F. Contro la parete libera del dischetto di gomma I, preme un dischetto di plastica, M, coassiale, di identiche dimensioni e identicamente forato.

5) un tubo metallico, N, esternamente filettato e con diametro interno di circa 10 mm. Esso è avvitato in un foro, a sua volta filettato, praticato nell'intelaiatura metallica di sostegno A in modo tale da risultare coassiale con il foro esistente nel blocchetto di legno F.

Un'estremità del tubo preme sul dischetto di plastica M, mentre all'altra estremità è fissato solidamente un disco di plastica, P, che serve per far ruotare, e, quindi, per avvitare e svitare, il tubo stesso;

6) un perno cilindrico metallico, R, del diametro di 10 mm e lunghezza di 3 cm, saldato al centro e perpendicolarmente alla parete libera del robusto disco metallico G citato al punto 1). Tale perno è inserito con molta esattezza in un foro opportunamente praticato nell'intelaiatura metallica di sostegno A, e porta saldamente fissata all'estremità libera una manovella, S, che ne può determinare la rotazione;

7) un piccolo perno metallico, T, scorrevole in un foro convenientemente praticato nell'intelaiatura metallica di sostegno A. Esso serve a bloccare il disco metallico G durante l'esecuzione degli esperimenti.

In base a quanto è stato detto, è facile riconoscere che il tubo metallico N, i fori esistenti nei dischetti M ed I, ed i fori esistenti nel blocchetto cilindrico di legno F e nella lamina H, risultano coassiali tra loro e coassiali con la cavità cilindrica centrale dell'elemento metallico D. Ciò, quindi rende possibile l'introduzione del bulbo di un termometro al decimo di grado in quest'ultima cavità; perciò, rende possibile la misura della temperatura alla quale si trova l'elemento D stesso.

Ruotando opportunamente il disco di plastica P, i due blocchetti di legno E ed F possono essere premuti, più o meno intensamente, contro

l'elemento circolare metallico D, e, quindi, con tale operazione, è possibile fare in modo che quest'ultimo ruoti attorno al proprio asse con un attrito più o meno intenso.

Per conseguenza, quando nella scanalatura del disco metallico D, viene avvolto il filo di acciaio (punto 1) ed all'estremo libero di quest'ultimo viene appesa una massa m, il cui effetto è quello di far ruotare l'elemento stesso attorno al suo asse, l'attrito può essere regolato in modo tale da ottenere una discesa della massa m con la velocità voluta. Un termometro, con il bulbo inserito nell'apposita sede dell'elemento metallico D, rende possibile la lettura della corrispondente variazione di temperatura subita dall'elemento metallico D.

Pensando, poi, alle modalità con le quali si svolge il fenomeno, è facile riconoscere che l'attrito, frenante la discesa della massa m, è, tutto e solo quello determinato dal contatto esistente tra l'elemento metallico D ed i due blocchetti di legno E ed F. Perciò è facile accorgersi che tutto il calore, che in tal modo si sviluppa, viene accumulato dall'elemento metallico D, nei blocchetti di legno E ed F e nel termometro.

La capacità termica dell'intero sistema (elemento D, blocchetti E ed F e termometro) è stata determinata sperimentalmente utilizzando una resistenza tarata, ed è risultata di $19,2 \pm 0,3 \text{ J}/^\circ\text{C}$.

Perciò, misurando con un buon termometro la variazione di temperatura del sistema è possibile determinare tutta la quantità di calore che viene sviluppata per effetto dell'attrito frenante la discesa della massa.

Con tale dispositivo si possono, dunque, eseguire esperimenti i cui risultati sono tali da consentire di determinare agevolmente le relazioni esistenti tra le grandezze variabili in gioco nei fenomeni termici studiati.

Nelle tabelle 1, 2, 3, 4, 5 sono stati riportati alcuni risultati ottenuti usando, in varie condizioni, l'apparecchio descritto.

Ogni prova ha sempre avuto inizio a temperatura inferiore alla temperatura ambiente (riportata nella prima colonna) ed ha avuto fine a temperatura superiore a quella ambiente.

Molto sinteticamente si può dire che la parte dell'apparecchio in cui avviene effettivamente, per attrito, la trasformazione dell'energia meccanica in calore, è costituita da:

- un elemento circolare metallico (di rame o alluminio), opportunamente sagomato in modo da presentare al suo centro e coassiale con esso una cavità cilindrica adatta ad ospitare il bulbo di un termometro al decimo di grado ed in modo da possedere all'esterno, tutt'intorno una scanalatura simile alla gola di una carrucola;

- due blocchetti cilindrici di legno con le basi, ricoperte di sughero, prementi contro il predetto elemento circolare metallico.

Si può dire inoltre che a costituire il valore della capacità termica del sistema, peraltro assai piccola ($19,2 \text{ J}/^\circ\text{C}$), contribuiscono l'elemento circolare metallico, i due blocchetti di legno ed il termometro.

Per la determinazione del valore di tale capacità termica totale, basta misurare la quantità di calore fornita al sistema per variarne la temperatura dal valore iniziale, inferiore alla temperatura ambiente, al valore finale, superiore alla temperatura ambiente, e ripetere più volte la prova operando nelle stesse condizioni.

L'accorgimento di iniziare a temperatura inferiore a quella dell'ambiente per finire a temperatura superiore a quella dell'ambiente, consente di compensare abbastanza bene gli inevitabili scambi di calore, che avvengono sempre, tra l'apparecchio e l'ambiente, durante l'esecuzione degli esperimenti.

2 || Modalità per l'uso dell'apparecchio

L'apparecchio può essere utilizzato, nelle prove sperimentali, seguendo la seguente successione di operazioni.

a) Si riduce la pressione esercitata dai blocchetti cilindrici di legno sull'elemento circolare metallico mediante una opportuna rotazione del disco di plastica.

b) Si distacca la massa dall'estremo libero del filo di acciaio. Poi, con una mano si gira la manovella e con l'altra si tiene il filo e si guida in modo tale da avvolgerlo, con le spire ben accostate tra loro, nella scanalatura dell'elemento circolare metallico.

c) Quando l'estremità libera del filo è giunta all'altezza corrispondente alla posizione dell'indice di riferimento, l'apposito pernino, scorrevole nell'intelaiatura metallica di sostegno, viene spostato in modo da bloccare la parte girevole del sistema.

d) Una successiva rotazione del disco di plastica, in senso contrario a quella precedente, accresce notevolmente la pressione esercitata dai blocchetti di legno contro l'elemento circolare metallico.

e) Si appende la massa prescelta all'estremo libero del filo di acciaio, ed immediatamente dopo si inizia il processo di raffreddamento dell'elemento circolare metallico. Quest'ultima operazione viene eseguita ponendo l'elemento circolare metallico a contatto con l'estremità libera di un'asticciola di rame parzialmente immersa in acqua e ghiaccio.

E' assolutamente da evitare che l'acqua di condensa bagni i blocchetti di legno e l'elemento circolare metallico (ciò determinerebbe una variazione apprezzabile della capacità termica del sistema).

f) La temperatura a partire dalla quale deve aver inizio l'esperimento, va scelta al di sotto della temperatura ambiente, ed in modo tale che, al termine dell'esperimento stesso, la temperatura raggiunta risulti superiore alla temperatura ambiente. La scelta migliore è quella di fare in modo che le temperature, iniziale e finale, risultino, il più possibile, simmetriche rispetto alla temperatura ambiente.

Una volta stabilito il valore della temperatura da cui iniziare l'esperimento, è bene, per ottenere risultati buoni e ripetibili, raffreddare l'elemento circolare metallico fino a quando il termometro segna alcuni decimi di grado (da 2 a 4 circa) al di sotto del valore della temperatura iniziale prestabilita.

L'esperimento avrà inizio solo quando la temperatura, in fase crescente, avrà raggiunto il valore iniziale prefissato.

g) Con una nuova opportuna rotazione del disco di plastica si diminuisce la pressione dei due blocchetti di legno contro l'elemento circolare metallico. Con questa operazione l'attrito può essere regolato in modo tale da consentire alla massa:

- col suo peso, di far ruotare, tramite il filo, l'elemento circolare metallico;

- di discendere lentamente fino a raggiungere il piano orizzontale di riferimento.

Si ottengono dei buoni risultati quando l'attrito è regolato in modo da permettere alla massa di compiere l'intera discesa impiegando dai 10 ai 30 secondi. In ogni caso è importante che la massa raggiunga il piano orizzontale di riferimento con una velocità molto piccola.

h) Subito dopo che la massa ha raggiunto il piano orizzontale, si controlla la buona sistemazione del bulbo del termometro nell'apposita sede dell'elemento circolare metallico e si segue con attenzione (magari aiutandosi con una lente d'ingrandimento) il movimento della colonna di mercurio: il valore massimo raggiunto va considerato come la temperatura finale.

Appendice B

Il Marcatempo

All'inizio degli anni sessanta, con l'introduzione delle classi "pilota", in cui venne adottato il metodo del P.S.S.C., l'insegnamento della fisica nelle Scuole Secondarie Superiori, subì una svolta positiva verso la valorizzazione delle attività sperimentali di laboratorio, progressivamente riconosciute capaci di un'efficacia didattica di fondamentale importanza.

In particolare, si diffuse la convinzione che il laboratorio potesse essere vantaggiosamente utilizzato anche ricorrendo abbondantemente ad una strumentazione rudimentale e grezza, ottenuta con l'uso intelligente di materiale di recupero e/o di basso costo.

Il "marcatempo", che, nella primitiva versione del P.S.S.C., era stato ricavato da un campanello elettrico opportunamente adattato, appartiene all'insieme degli strumenti diffusisi in quel periodo, e va proprio annoverato tra quelli che, pur con le loro caratteristiche non raffinate, consentirono di svolgere, allora, e consentono di svolgere, ora, in modo egregio, una funzione didattica di indubbio valore.

Le esperienze, possibili con tali strumenti, inserite in un contesto logicamente ed armonicamente progettato, hanno contribuito alla nascita e allo sviluppo, e contribuiscono alla, pur lenta, ma progressiva, diffusione di una nuova mentalità, che rende l'insegnamento della fisica fecondo di buoni risultati scientifici, metodologici e formativi.

Quando, negli anni seguenti, nei laboratori di fisica ha iniziato gradulmente ad estendersi l'uso di apparecchiature raffinate, come, ad esmpio, le rotaie a cuscino d'aria, mediante le quali gli attriti vengono quasi del tutto annullati, si è sentita l'esigenza di apportare miglioramenti alle caratteristiche di tali apparecchi.

Per quanto riguarda il "marcatempo", in particolare, si è sentita la necessità di renderne più regolare la scansione degli intervalli di tempo e di ridurne al minimo possibile i disturbi arrecati al moto dei corpi studiati.

Come è noto, i primi, e più comuni, "marcatempo" registrano su una striscia di carta, collegata al corpo in movimento, le varie posizioni occupate, istante per istante. Una punta situata all'estremo libero di una lamina vibrante con periodo costante, batte su una carta-carbone posta sopra una striscia di carta.

Ogni punto, registrato in tal modo, ad intervalli uguali di tempo, sulla striscia di carta, indica la posizione istantanea del corpo in movimento.

Quando il moto del corpo avviene con una velocità appena un po' rilevante, la striscia, durante il brevissimo intervallo di tempo (mai nullo), nel quale la punta preme su di essa, percorre un breve spazio, nel quale, perciò, si manifestano ovvie cause di attrito, bastevoli per procurare un sia pur lieve disturbo al moto studiato. L'influenza di tale disturbo sarà tanto più marcata ed osservabile, quanto più, a parità di altre condizioni, il moto del corpo avviene con attriti decisamente ridotti.

Ora esistono parecchi "marcatempo" studiati proprio per evitare i disturbi predetti nel maggior grado possibile.

Anche il "marcatempo", che qui viene descritto, è stato progettato e costruito con gli stessi scopi: il suo ritmo è molto regolare ed i suoi attriti sono estremamente limitati, pur funzionando basandosi, sostanzialmente, sullo stesso principio del già citato "marcatempo" del P.S.S.C.

Esso possiede una buona regolarità nella scansione degli intervalli di tempo, assicurata dal fatto che il suo ritmo è strettamente connesso al ritmo della corrente alternata di rete, ed i suoi attriti sono estremamente ridotti, in quanto i punti sulla striscia di carta non sono più causati dalla pressione esercitata dalla punta sulla carta-carbone, ma sono prodotti da uno spruzzo di inchiostro (emesso da un

ugello) provocato da impulsi elettrici provenienti da un oscillatore sincrono con la corrente alternata di rete. Per ogni oscillazione, gli impulsi sono due: uno in corrispondenza del valore massimo positivo e l'altro in corrispondenza del valore minimo negativo della tensione.

Il "marcatempo" in parola, come risulta dalla figura 1, è costituito da un tubo, A, di ferro, a sezione quadrata (lato interno di 13 mm, e lato esterno di 15 mm), lungo 20 cm. Su di esso può scorrere, agevolmente, ma senza gioco apprezzabile, un altro tubo, B, a sezione quadrata, lungo 6 cm.

Una lastrina rettangolare di plexiglass, C, (spessore 6 mm, lunghezza 5 cm, altezza 2 cm) è fissata, mediante due viti, parallelamente ed alla distanza di 0,5 mm, ad una faccia di quest'ultimo tubo (B).

Al centro della lastrina, e perpendicolarmente ad essa, inserita a pressione in un foro di opportune dimensioni, è collocata una punta Dray Ink Jet, D. Si tratta di una punta normalmente usata nella parte scrivente di alcune calcolatrici Olivetti abbastanza diffuse.

Nell'intercapedine esistente tra la lastrina di plexiglass, C, e la faccia del tubo di ferro, B, passa la striscia di carta, E, collegata al corpo in movimento,

I poli di un oscillatore elettrico, sincrono con la corrente alternata di rete (non rappresentato in figura), sono collegati, mediante due fili conduttori, rispettivamente, al tubo di ferro, A, ed alla punta Dry Ink Jet, D.

In tal modo, ad ogni intera oscillazione elettrica (periodo uguale a 0,02 secondi), la punta Dry Ink Jet schizza sulla striscia di carta due spruzzi di inchiostro (uno quando la tensione raggiunge il massimo positivo ed uno quando la tensione raggiunge il minimo negativo), i quali indicano la corrispondente posizione occupata dal corpo in movimento ad ogni 0,01 secondi.

Al tubo di ferro, B, è saldato un sostegno, F, in grado di consentire una conveniente sistemazione del rotolo costruito con la striscia di carta, G, ed in grado di sostenere il cilindretto, H, utile per mantenere la striscia di carta stessa nella giusta direzione.

Il tutto (cioè il "marcatempo"), mediante la vite di fissaggio, I, può essere opportunamente fissato ad un sostegno.

