Provveditorato agli Studi
di Mantova

Istituto Magistrale
"Isabella d'Este"

TRIANGOLI
E
MOLLE

ASSOCIAZIONE
PER L'INSEGNAMENTO
DELLA FISICA
Sez. di
MANTOVA

A L C U N E   P R O P O S T E
P E R   L A   D I D A T T I C A
D E L L A   F I S I C A
N E L   B I E N N I O

Corso di Aggiornamento indetto dal Provveditorato agli Studi di Mantova su proposta dell'Istituto Magistrale "Isabella d'Este" in collaborazione con l'Associazione per l'Insegnamento della Fisica.

Prof. M. Francerio

MANTOVA

anno scolastico 1991-92

P R E S E N T A Z I O N E

Il presente fascicolo raccoglie gli appunti presi durante le attività svolte nel corso di aggiornamento in Fisica destinato agli insegnanti del biennio della scuola secondaria superiore, svoltosi presso l'ITIS "E. Fermi" di Mantova nel periodo 24 settembre - 4 ottobre 1991.

Il corso è stato promosso dall'Istituto Magistrale "Isabella d'Este" di Mantova, in collaborazione con la locale Sezione dell'Associazione per l'Insegnamento della Fisica, per effettuare un ciclo di incontri, nei quali i partecipanti potessero svolgere, a gruppi, alcune attività sperimentali direttamente trasferibili nel lavoro in classe.

Gli argomenti, sviluppati in quattro incontri, sono stati:

1. Stima delle grandezze. Similitudine dei triangoli. Triangolazioni. Misura di angoli in radianti.

2. Introduzione al concetto di forza come causa di deformazioni. Legge di Hooke. Composizione di forze applicate nello stesso punto. La forza peso.

Docenti del corso sono stati i proff. Giuliana Antonini Alberini e Maurizio Francesio, insegnanti di fisica presso l'ITIS di Mantova; estensori di queste note sono stati numerosi colleghi che hanno partecipato agli incontri.

Il fascicolo è completato da alcune relazioni, svolte da allievi del primo anno dell'ITIS "E. Fermi" di Mantova, su attività di laboratorio riguardanti gli stessi argomenti.

Mantova, maggio 1992.

P R I M A   L E Z I O N E

a) La stima delle grandezze

L'insegnante sottopone alla classe, all'inizio dell'anno, il seguente problema:

a. Si tracci un segmento di 0,126 m;

b. si costruisca la circonferenza che ha come raggio quel segmento;

c. si misuri la lunghezza della circonferenza;

d. si stimi in mm^2 l'area del cerchio costruito;

e. si calcoli il numero di monete da 500 £ necessario per ricoprire tale cerchio.

Il problema ha lo scopo di analizzare il significato dei cinque verbi e di dimostrare come ad ogni verbo corrisponda un'operazione diversa.

Per i punti a. e b. nessun alunno incontra particolari difficoltà, mentre per il punto c. pochi si pongono il problema pratico di come misurare la lunghezza di una circonferenza, perchè non distinguono tra misurare e calcolare.

Quelli che interpretano correttamente l'operazione generalmente ricorrono alle seguenti strategie:
- fanno aderire un filo al bordo del cerchio e lo rettificano;
- costruiscono un modello di cerchio su cartoncino, segnano sul bordo una tacca, fanno coincidere la tacca con il punto di contatto cerchio-tavolo; fanno rotolare lungo una retta il cerchio finchè la tacca torna a rappresentare il punto di contatto; misurano la distanza tra posizione iniziale e finale.

Gli alunni che interpretano erroneamente il verbo misurare, calcolano la lunghezza della circonferenza utilizzando il numero π (circonferenza = $2\pi r$).

Nell'affrontare il punto e. gli alunnni seguono in genere le seguenti procedure:
- calcolano il quoziente tra l'area del cerchio e l'area della moneta;
- ricoprono materialmente il cerchio con le monete da 500 £, alcuni con un unico strato, altri con due, per riempire gli spazi vuoti.

I risultati diversi così ottenuti stimolano la discussione attorno alla necessità di chiarire esattamente il significato dei termini e in particolare del verbo "ricoprire" in relazione al verbo "calcolare".

Nell'affrontare il punto d. gli alunni ricorrono, in genere alle seguenti strategie:
- calcolano l'area $A = r^2$ e stimano l'area $\mathcal{A}$ del cerchio come 3A, approssimando π a 3 (vedi Fig. 1.1):

$$\mathcal{A} = 3A = 3 \cdot 126\ mm \cdot 126\ mm \simeq 3 \cdot 10^2 \cdot 10^2\ mm^2 \simeq 3 \cdot 10^4\ mm^2$$

- calcolano l'area del quadrato circoscritto di lato 252 mm e l'accettano come stima di $\mathcal{A}$:

$$\mathcal{A} \simeq (252\ \text{mm})^2 \simeq (250\ \text{mm})^2 \simeq 600 \cdot 10^2\ \text{mm}^2 \simeq 6 \cdot 10^4\ \text{mm}^2;$$

- valutano l'area del cerchio $\mathcal{A}$ circa uguale a $3A = 4A - A$, stimando con A l'area complessiva dei quattro triangoli mistilinei esterni al cerchio (Fig. 1.2).

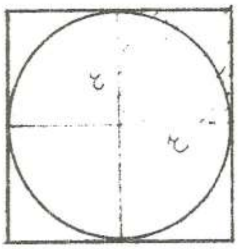


Fig. 1.1

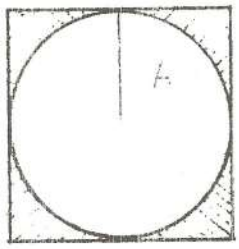


Fig. 1.2

OSSERVAZIONI :

1. Può essere questa l'occasione per introdurre le potenze del 10 nella notazione scientifica e per avviare il discorso sulle cifre significative.

2. E' opportuno analizzare il significato del verbo "stimare", precisando che con esso si intende valutare il problema con "economia di tempo, fatica e attenzione" fornendo dati approssimativi, ma che danno rapidamente una buona idea della situazione.

3. La stima, da un lato, stimola la fantasia degli alunni nell'individuare strategie efficaci, dall'altro li abitua al calcolo mentale.

4. Da non sottovalutare il fatto che i problemi relativi alle stime suscitano interesse e favoriscono la discussione.

Può essere interessante proporre ai ragazzi di stimare:

I. in due minuti la loro età in secondi

(Esempio: età del prof. Francesio =

$$\underset{\text{anni}}{6 \cdot 10} \cdot \underset{\text{giorni/anno}}{3\ 10^2} \cdot \underset{\text{s/giorno}}{10^5} \approx 18 \cdot 10^8\ \text{s} \simeq 2 \cdot 10^9\ \text{s});$$

II. il numero delle respirazioni fatte dall'inizio della loro vita;

III. il numero dei caratteri stampati in un vocabolario;

IV. il numero delle foglie su un albero;

V. il numero di pallini da caccia che possano riempire un'aula;

VI. il volume di un edificio.

Ci sono stime che, tuttavia, richiedono non solo valutazioni a occhio ma anche dati e misurazioni. Possibili esempi da proporre sono:

A. superficie del proprio corpo;

B. volume del proprio corpo;

C. numero di capelli in testa;

D. lunghezza del filo usato per un pullover;

E. numero dei grani contenuti in un kg di zucchero;

F. stima dello spessore di grafite che il segno della matita lascia sul foglio;

G. stima della misura del diametro lunare.

A titolo di esempio affrontiamo gli ultimi due problemi, uno qui di seguito e l'altro alla fine della seconda parte.

STIMA DELLO SPESSORE DI GRAFITE
CHE IL SEGNO DELLA MATITA LASCIA SUL FOGLIO.

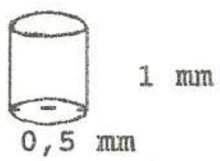
Materiale a disposizione : portamine con mina cilindrica di 0,5 mm di diametro, foglio bianco.

Procedimento : fare uscire la mina di 1 mm (stimato ad occhio) e tracciare linee della stessa lunghezza (ad esempio 10 cm), finchè la mina si esaurisce. E' necessario durante questa operazione tenere la mina perpendicolare al piano del foglio. Si conta il numero delle righe, lo si moltiplica per la loro lunghezza e per il diametro della mina. Si trova così l'area della grafite depositata sulla carta.

Nel caso di 50 righe:

Area ricoperta dalla grafite = 50 righe $\cdot$ 0,5 mm $\cdot$ 100 mm $\sim 2{,}5 \cdot 10^3$ mm^2

Si trova quindi il volume del cilindretto di mina consumata:



$$V = \pi \cdot (0{,}25\ \text{mm})^2\ 1\ \text{mm} = \pi \cdot (25\ 10^{-2})^2\ \text{mm}^3 = \pi \cdot 625 \cdot 10^{-4}\ \text{mm}^3 \simeq$$

$$\simeq 1800 \cdot 10^{-4}\ \text{mm}^3 \simeq 2 \cdot 10^3 \cdot 10^{-4}\ \text{mm}^3 = 2 \cdot 10^{-1}\ \text{mm}^3$$

Lo spessore è dato dal rapporto tra il volume e l'area

$$\text{spessore} = \frac{\text{Volume}}{\text{Area}} = \frac{2 \cdot 10^{-1}\ \text{mm}^3}{2{,}5 \cdot 10^3\ \text{mm}^2} \simeq 8 \cdot 10^{-5}\ \text{mm}$$

Tabella 1. Ordine di grandezza di alcune lunghezze, espresse in metri.

Dimensioni universo conosciuto	10^{26}
Distanza della galassia più lontana che si è riusciti a fotografare	10^{25}
Distanza tra la Terra e la stella polare	10^{19}
Distanza tra la Terra e la stella più vicina	10^{17}
Diametro dell'orbita terrestre	10^{11}
Raggio della Terra	10^{7}
Distanza fra Pisa e Roma	10^{5}
Altezza del monte Everest	10^{4}
Altezza della torre degli Asinelli, a Bologna	10^{2}
Altezza di un edificio di tre piani	10^{1}
Lunghezza di un dito della mano	10^{-1}
Spessore di una moneta	10^{-3}
Spessore di un foglio di carta	10^{-4}
Dimensioni di un microbo	10^{-6}
Spessore delle bolle di sapone più sottili	10^{-7}
Distanza media tra gli atomi di un cristallo	10^{-10}

Tabella 3. Ordine di grandezza di alcune masse, espresse in chilogrammi.

L'universo conosciuto	10^{50}
Il sole	10^{30}
La terra	10^{25}
La luna	10^{23}
Una grossa petroliera o un grande transatlantico	10^{9}
Un grande edificio	10^{6}
Un'automobile	10^{3}
Un uomo	10^{2}
Un bambino di due anni	10^{1}
Un litro di vino	10^{0}
Una moneta da cento lire	10^{-2}
Un foglio di carta da copie	10^{-3}
Un francobollo	10^{-5}
Un capello	10^{-6}
Un'ala di mosca	10^{-8}
Un globulo rosso	10^{-13}
Una molecola di ossigeno	10^{-25}
Un elettrone	10^{-30}

Tabella 2. Ordine di grandezza di alcuni tempi, espressi in secondi.

Età delle rocce più antiche	10^{17}
Tempo trascorso dalla comparsa dei più antichi rettili	10^{15}
Tempo trascorso dalla comparsa dei primi uomini	10^{13}
Tempo trascorso dall'inizio dell'era Cristiana	10^{11}
Durata della vita umana	10^{9}
Un anno	10^{7}
Un mese	10^{6}
Un giorno	10^{5}
Durata media di uno spettacolo cinematografico	10^{4}
Un minuto	10^{2}
Tempo impiegato da un velocista a percorrere un metro	10^{-1}
Durata di un battito d'ali di un colibrì	10^{-2}
Durata di un battito d'ali di una mosca	10^{-3}
Tempo impiegato dalla luce a percorrere la distanza tra Pistoia e Firenze (34 Km)	10^{-5}
Tempo impiegato dalla luce a percorrere un metro	10^{-9}
Tempo impiegato dalla luce a passare attraverso una bottiglia	10^{-10}
Tempo impiegato dalla luce per attraversare una parete sottile di una bolla di sapone	10^{-16}

TABELLA 1.1

Raccolta dei dati di vari alunni:

Alunno	Spessore (mm)
1	$4\ 10^{-5}$
2	$2\ 10^{-4}$
3	$4\ 10^{-5}$
4	$2\ 10^{-5}$
5	$8\ 10^{-5}$
6	$2\ 10^{-4}$
7	$9\ 10^{-5}$
8	$3\ 10^{-4}$
9	$1\ 10^{-4}$
10	$1\ 10^{-5}$
11	$7\ 10^{-5}$
12	$2\ 10^{-4}$
13	$6\ 10^{-5}$
14	$9\ 10^{-5}$

Si può osservare che il dato più frequente è dell'ordine di 10^{-4} mm. Considerato che le dimensioni atomiche sono dell'ordine di 10^{-7} mm, si può dedurre che lo spessore del segno della grafite è dell'ordine del migliaio di strati atomici.

Questo esperimento fornisce anche l'occasione per introdurre gli ordini di grandezza (ordine di grandezza = potenza del 10 che più si avvicina alla misura della grandezza).

Può essere interessante proporre agli studenti l'analisi della tabella allegata, da cui risulta il range di misure entro le quali sta la realtà da noi conosciuta (Tabella 1.1).

Per affrontare la stima del diametro lunare, è necessario richiamare e rinforzare alcune nozioni sulla similitudine dei triangoli. Tali richiami hanno anche lo scopo di consolidare e affinare alcune conoscenze di geometria dei ragazzi e di mostrare alcune utili applicazioni delle proporzioni.

b) <u>La similitudine dei triangoli</u>

Data la definizione di triangoli simili (triangoli con gli angoli rispettivamente congruenti e i lati omologhi in proporzione) si procede alla costruzione di due particolari triangoli. Per ciascuno di essi vengono assegnate le misure di un lato e dei due angoli ad esso adiacenti ovviamente congruenti (si assegnano misure diverse per ciascun gruppo, avendo cura che nell'ambito della classe siano presenti triangoli acutangoli, rettangoli e ottusangoli).

Esempio:

$\overline{AB} = 12{,}0$ cm $\qquad\qquad \overline{A'B'} = 20{,}0$ cm

$\hat{A} = 25°$ $\qquad\qquad \hat{A'} = 25°$

$\hat{B} = 65°$ $\qquad\qquad \hat{B'} = 65°$

Questi dati rendono il problema determinato in virtù del 2° criterio di similitudine dei triangoli.

Costruiti i due triangoli si misurano direttamente per ciascuno di essi l'ampiezza del terzo angolo (goniometro) e la lunghezza degli altri due lati.

Si compila quindi la seguente tabella:

ANGOLO	I TRIANGOLO lato opposto all'angolo	II TRIANGOLO lato opposto all'angolo	RAPPORTO TRA I LATI CORRISPONDENTI
$\hat{A} = 25°$	$\overline{BC}$ = 5,1 cm	$\overline{B'C'}$ = 8,4 cm	$\overline{B'C'}/\overline{BC}$ = 1,65
$\hat{B} = 65°$	$\overline{AC}$ = 11,0 cm	$\overline{A'C'}$ = 18,1 cm	$\overline{A'C'}/\overline{AC}$ = 1,65
$\hat{C} = 90°$	$\overline{AB}$ = 12,0 cm	$\overline{A'B'}$ = 20,0 cm	$\overline{A'B'}/\overline{AB}$ = 1,67

A questo punto gli studenti scoprono che c'è un invariante: il rapporto di similitudine che per definizione è uguale al rapporto fra i lati corrispondenti.

Va osservato, in particolare, l'uso delle cifre significative nel rappresentare le misure.

Nella seconda colonna si è scritto, e fatto scrivere, 11,0 cm invece di 11 cm per sottolineare la precisione con cui è stata misurata la lunghezza, utilizzando uno strumento con la sensibilità del millimetro.

Nell'ultima colonna i valori sono stati espressi con tre cifre, delle quali l'ultima sicuramente incerta: è proprio l'incertezza su tale cifra che consente di affermare l'uguaglianza, entro gli errori sperimentali, dei valori dei tre rapporti.

Come estensione, viene proposto agli alunni il calcolo del rapporto fra i perimetri, fra le altezze e fra le mediane relative a lati corrispondenti. Scopriranno così che anche tali rapporti coincidono col rapporto di similitudine. Si può far notare che il rapporto di similitudine non è altro che la scala di riduzione (rapporto < 1) o di ingrandimento (rapporto > 1) di mappe e carte geografiche. Se il rapporto risulta uguale a 1 si rientra nel caso dell'uguaglianza.

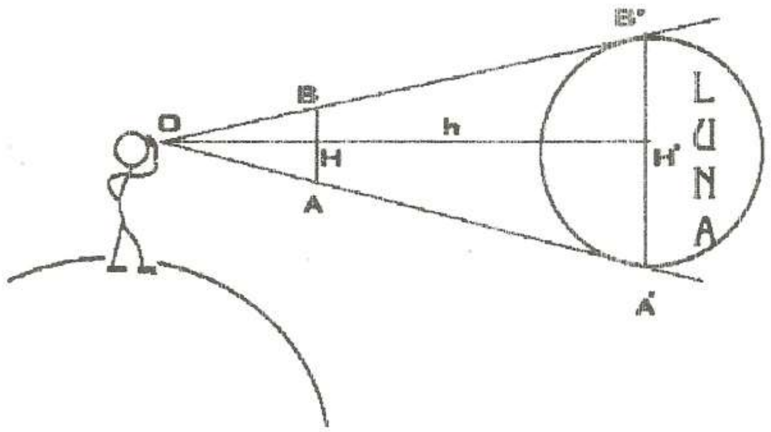
Si fa compilare la seguente tabella:

	I TRIANGOLO	II TRIANGOLO	RAPPORTO II/I
PERIMETRO	28,1 cm	46,5 cm	1,65
ALTEZZA RELATIVA A DUE LATI CORRISPONDENTI	4,6 cm	7,6 cm	1,65
MEDIANA RELATIVA A DUE LATI CORRISPONDENTI	6,0 cm	10,0 cm	1,67

STIMA DELLA MISURA DEL DIAMETRO LUNARE

La stima della misura del diametro lunare costituisce, come già anticipato, un'interessante applicazione della similitudine dei triangoli.

La situazione può essere rappresentata in modo sistematico dal disegno sotto riportato.



La seguente proporzione:

$$\overline{OH'} : \overline{OH} = \overline{A'B'} : \overline{AB}$$

permette di determinare

$$\overline{A'B'} = \overline{AB}\,\frac{\overline{OH'}}{\overline{OH}}$$

se sono noti $\overline{OH'}$ (distanza terra-luna = $3{,}8 \cdot 10^5$ km), $\overline{OH}$ e $\overline{AB}$.
$\overline{OH}$ e $\overline{AB}$ possono essere determinati in questi due modi:

1) si prende una moneta e si tende il braccio quanto è necessario per avere una sovrapposizione moneta - luna (meglio se piena); $\overline{AB}$ è il diametro della moneta; $\overline{OH}$ è la distanza tra l'occhio e la moneta;
2) si prende un righello e si valuta di quanti mm appare, a quella distanza, il diametro lunare: $\overline{AB}$ è tale misura, $\overline{OH}$ è la distanza tra l'occhio e il righello.

I dati ricavati da una stima effettuata sono i seguenti:

$\overline{OH}$ = 80 cm $\qquad$ $\overline{AB}$ = 7 - 8 mm, $\quad$ da cui si ricava:

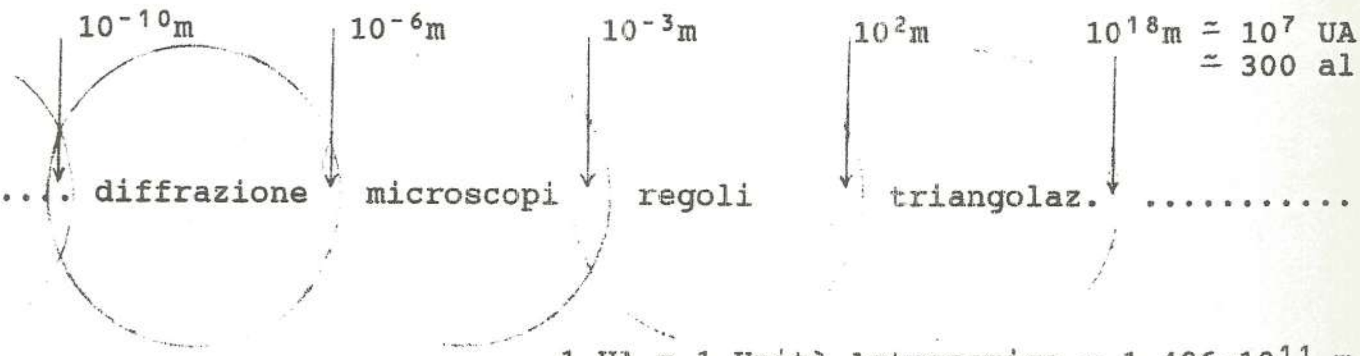
$$\overline{A'B'} = \frac{8\ \text{mm}}{80\ \text{cm}}\ 3{,}8 \cdot 10^5\ \text{km} \simeq \frac{1}{100}\ 4 \cdot 10^5\ \text{km} \simeq 4 \cdot 10^3\ \text{km}$$

S E C O N D A   L E Z I O N E

a) Misura di distanze mediante triangolazione

Finora abbiamo eseguito delle misure dirette dell'ordine del decimetro o al massimo del metro e ci siamo serviti di squadre, righelli, aste metriche. Se avessimo avuto a che fare con lunghezze di ordine appena superiore, avremmo potuto usare cordelle metriche, se di ordine appena inferiore il calibro, lo sferometro, ecc, ma sempre avremmo adottato il metodo diretto.

Il problema che ora si pone è di eseguire misure di ordine molto superiore o molto inferiore alle dimensioni dell'uomo e non accessibili a una misurazione diretta. Usando i diagrammi di Venn si possono rappresentare i vari ordini di grandezza delle lunghezze come segue:



1 UA = 1 Unità Astronomica = $1{,}496 \cdot 10^{11}$ m
1 al = 1 anno luce = $9{,}46 \cdot 10^{15}$ m

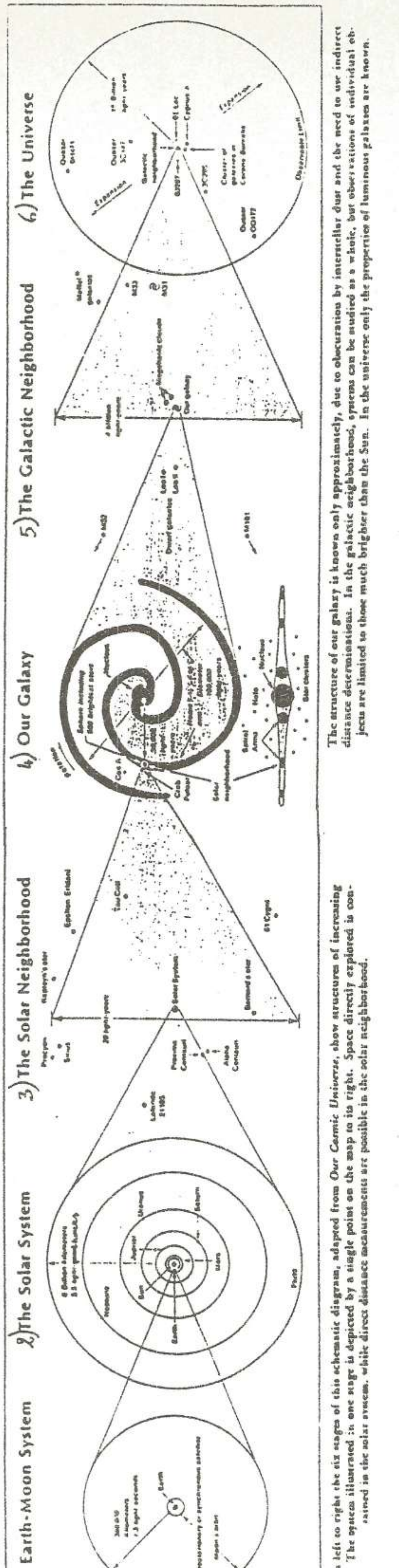
Si vede che:

- non è possibile usare sempre lo stesso metodo di misurazione;

- si procede a scalini, da un metodo all'altro, con una intersezione comune per assicurare la continuità del concetto.

Per esempio, per misurare lunghezze inferiori a quelle misurabili direttamente con un regolo si cambia tecnica: si usa la microscopia ottica. Poichè il metodo cambia, bisogna cercare oggetti che possano essere misurati con le due tecniche e controllare che i risultati siano uguali. Infatti se si dà una definizione operativa di una grandezza fisica, è il modo di misurare che definisce la grandezza stessa: cambiando la tecnica di misura, cambia la grandezza.

Ci occuperemo del gradino che ci porta dalle nostre dimensioni alla distanza delle stelle più vicine al nostro Sole: fuori dal sistema solare, ma non dalla Galassia, anzi solo nei dintorni del Sole (vedi Fig. 2.1, che dà una rappresentazione degli ordini di grandezza delle distanze a livello astronomico).



Attuali conoscenze dell'Universo

Nello schema, adattato da "Il nostro universo cosmico", i sei stadi mostrano, da sinistra verso destra, strutture di dimensioni crescenti. Il sistema illustrato in uno stadio viene rappresentato con un punto nella mappa alla sua destra.
Lo spazio esplorato direttamente dall'uomo è limitato al sistema solare, ma misure dirette di distanza sono possibili nei dintorni del Sole.
La struttura della nostra galassia è nota solo approssimativamente, sia per l'oscuramento dovuto alla polvere interstellare, sia per la necessità di ricorrere a procedimenti indiretti per la misura delle distanze.
Nei dintorni della galassia i sistemi possono essere studiati come singoli oggetti, anche se in essi sono osservabili stelle, purchè molto più brillanti del Sole.
Su scala cosmica si conoscono soltanto le caratteristiche delle galassie luminose.

1) Il sistema Terra - Luna, con la Terra, l'orbita di un satellite geostazionario, l'orbita lunare.

2) Il sistema solare, senza le orbite di Mercurio e Venere perchè non rappresentabili. Il raggio orbitale di Plutone è 6 miliardi di km pari a 5,5 ore-luce.

3) I dintorni del Sole, con una decina delle stelle più vicine. Le dimensioni verticali nel disegno corrispondono a 20 anni-luce.

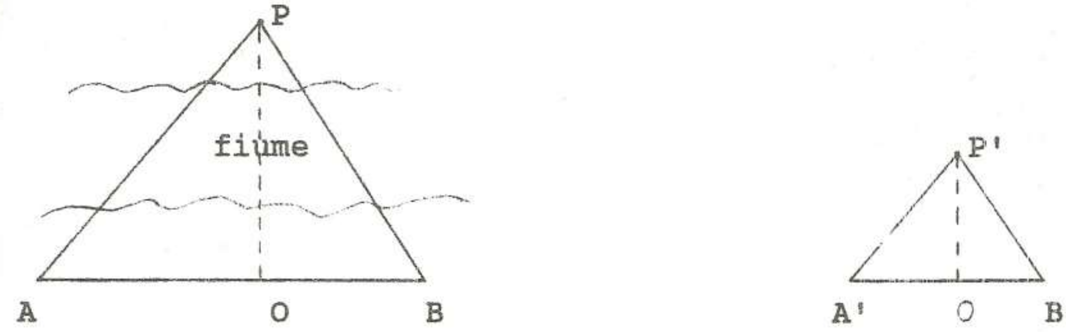
4) La nostra galassia, vista dall'alto e di profilo. Ha un diametro di 100000 anni-luce; Sole e dintorni distano 30000 anni-luce dal centro galattico.

5) I dintorni della galassia, con una decina di galassie vicine. M31 è la galassia di Andromeda. Le dimensioni verticali corrispondono a 4 milioni di anni-luce.

6) L'Universo, considerato in espansione, delimitato dal limite di osservabilità, di raggio pari a 15 miliardi di anni-luce.

FIGURA 2.1

A questo primo livello si usa il metodo della triangolazione. La triangolazione è la misurazione indiretta della distanza di un oggetto (punto) di solito non accessibile (es. l'altezza di una torre, l'altezza di una montagna, la distanza di un oggetto posto al di là di un fiume).



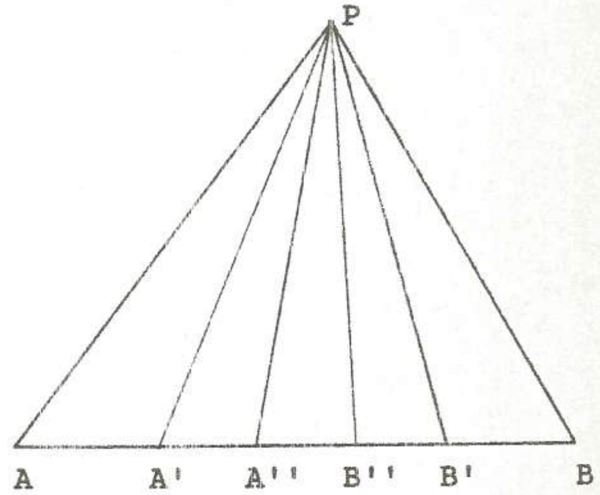
Da A si punta verso P e si misura l'angolo $P\hat{A}O$; da B si punta verso P e si misura l'angolo $P\hat{B}O$; poi si misura la base $\overline{AB}$. Su un foglio si costruisce un triangolino A'B'P' simile ad ABP e, poichè si è già visto che tutti i segmenti corrispondenti stanno in proporzione, si può scrivere

$$\overline{PO} : \overline{P'O'} = \overline{AB} : \overline{A'B'}$$

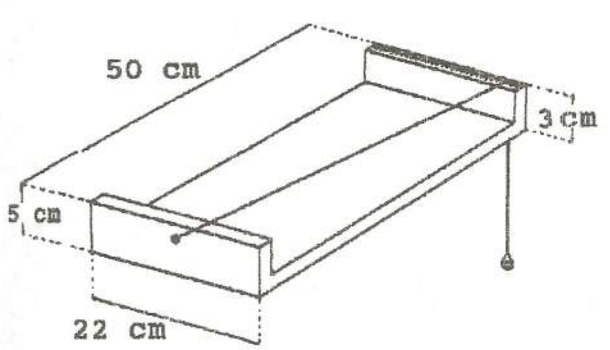
e quindi ricavare

$$\overline{PO} = \overline{P'O'} \; \frac{\overline{AB}}{\overline{A'B'}}$$

$\overline{AB}$ è la base della triangolazione e ha un ruolo importante perchè dipende soprattutto da essa la precisione della misura: maggiore è la base, a parità di distanza, e più precisa risulta la misura. Quando essa diventa molto piccola rispetto alla distanza da misurare i lati AP e BP tendono a diventare paralleli e il metodo perde la sua validità. Per esempio per misurare la distanza della Luna la base terrestre è sufficiente, mentre non lo è già più per misurare le distanze di Marte o di Venere.

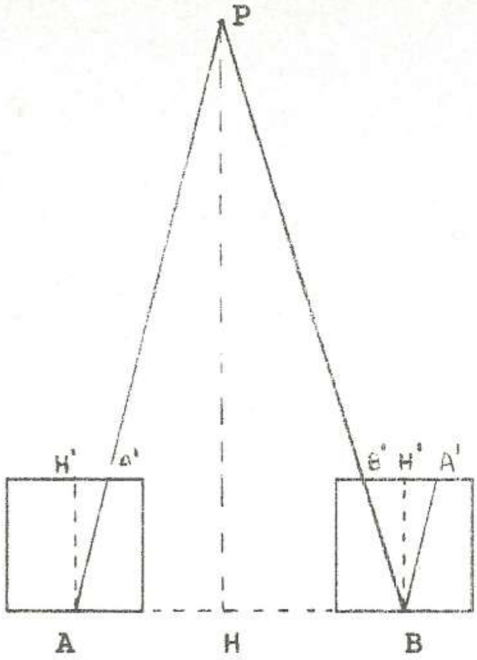


<u>TAVOLETTA PER LE TRIANGOLAZIONI</u>



Noi useremo la tavoletta riportata in Fig. 2.2: il triangolo A'B'P'viene direttamente costruito sulla tavoletta, cosa che permette di evitare la misura degli angoli.

Fig.2.2



Si pone la tavoletta col foro in A e, guardando attraverso di esso, si allinea il filo con la direzione di P; poi, <u>spostando la tavoletta parallelamente alla base AB</u>, ci si porta in B e si torna a puntare in P allineando nuovamente il filo. Si costruisce così sulla tavoletta un triangolo A'B'P' simile al triangolo ABP; quindi le altezze dei due triangoli saranno nello stesso rapporto delle due basi. Si potrà quindi determinare la distanza incognita PH:

$$\overline{PH} = \overline{P'H'}\,\frac{\overline{AB}}{\overline{A'B'}}$$

dove

$\overline{P'H'}$ = altezza della tavoletta, misurata con un metro a nastro

$\overline{AB}$ = base della triangolazione, misurata con una cordella metrica

$\overline{A'B'}$ = base del triangolo costruito sulla tavoletta, misurata per mezzo della carta millimetrata incollata sul bordo.

I vincoli nell'uso della tavoletta sono:
- la disposizione parallela agli estremi della base
- la necessità di non uscire dai limiti della scala, imposti dalle sue dimensioni.

Presentiamo ora i dati raccolti dagli insegnanti durante il corso di aggiornamento e la loro elaborazione; alleghiamo poi la relazione di laboratorio di uno studente di 1°.

Raccolta ed elaborazione dei dati sperimentali.

I dati si riferiscono alla misura della distanza di uno spigolo dalla porta del laboratorio delle classi prime dell'I.T.I.S. La distanza è stata scelta in modo che fosse possibile effettuarne la misura sia in modo indiretto, cioè applicando il metodo della triangolazione, sia in modo diretto, usando una cordella metrica.

Nella tabella le misure dirette $\overline{AB}$, $\overline{A'B'}$, $\overline{P'H'}$ compaiono senza incertezze perchè, di norma, a questo punto del percorso didattico non è stato ancora introdotto l'argomento. Poichè invece è già stato affrontato il concetto di cifra significativa, è importante che i dati siano scritti correttamente e che si colga l'occasione per discutere anche il numero di cifre da attribuire alla misura indiretta $\overline{PH}$; poichè essa è il risultato di un calcolo effettuato di solito con la calcolatrice, è facile che si conoscano 8 o addirittura 10 cifre, la maggior parte delle quali non ha significato fisico. Si consiglia di adottare il seguente criterio: il risultato di una misura indiretta avrà lo stesso numero di cifre significative della misura diretta che ne ha meno. Pertanto nel nostro caso $\overline{PH}$ viene riportato con due cifre significative.

Analizzando la colonna dei valori di $\overline{PH}$ si può osservare che non sono esattamente uguali, ma oscillano tutti attorno ai 40 m circa. Ci si può chiedere quindi quale sarà il valore più probabile della distanza misurata: spontaneamente gli studenti suggeriscono di fare le media aritmetica dei valori trovati. Allora ci si domanda entro quale incertezza possiamo essere sicuri che 42 m sia effettivamente la distanza che volevamo misurare. Si può introdurre quindi il criterio del calcolo della semidispersione. In questo modo ci si avvia a riconoscere il fatto che sempre una operazione di misura dà origine a un intervallo di valori e che la misura sarà tanto migliore quanto più ristretto sarà l'intervallo.

A questo punto si usa la cordella metrica per eseguire la misura in modo diretto. La cordella ha normalmente la suddivisione in cm, pertanto si può approfittare dell'occasione per introdurre l'incertezza assoluta come sensibilità dello strumento nel caso di una misura diretta effettuata una sola volta.

Abbiamo adesso due misure della stessa distanza effettuate con due diversi metodi: le due misure ci hanno dato lo stesso risultato? Si affronta il problema del confronto fra due misure come confronto di intervalli: le due misure si possono ritenere uguali se i due intervalli hanno intersezione non vuota.

I dati da noi ottenuti sono fra loro in ottimo accordo, quindi si può pensare di utilizzare il metodo della triangolazione anche per determinare distanze non misurabili in modo diretto.

lunghezza del corridoio

$\overline{AB}$ (m)	a (cm)	b (cm)	$\overline{A'B'}$ (cm)	$\overline{P'H'}$ (cm)	$\overline{PH}$ (m)
3,66	2,1	2,3	4,4	51,0	42
3,66	2,4	2,2	4,6	51,0	41
3,66	2,1	2,4	4,5	51,0	41
3,05	1,7	1,7	3,4	51,0	46
3,05	1,9	2,1	4,0	51,0	39
3,05	1,8	1,7	3,5	51,0	44

$\overline{PH}$ = 42 m
incertezza = 4 m

$\overline{PH}$ = (42 ± 4) m   distanza misurata con la triangolazione

$\overline{PH}$ = (42,55 ± 0,01) m   distanza misurata con la cordella metrica

3/10/91 # TRIANGOLAZIONE

Acerbi Fabio

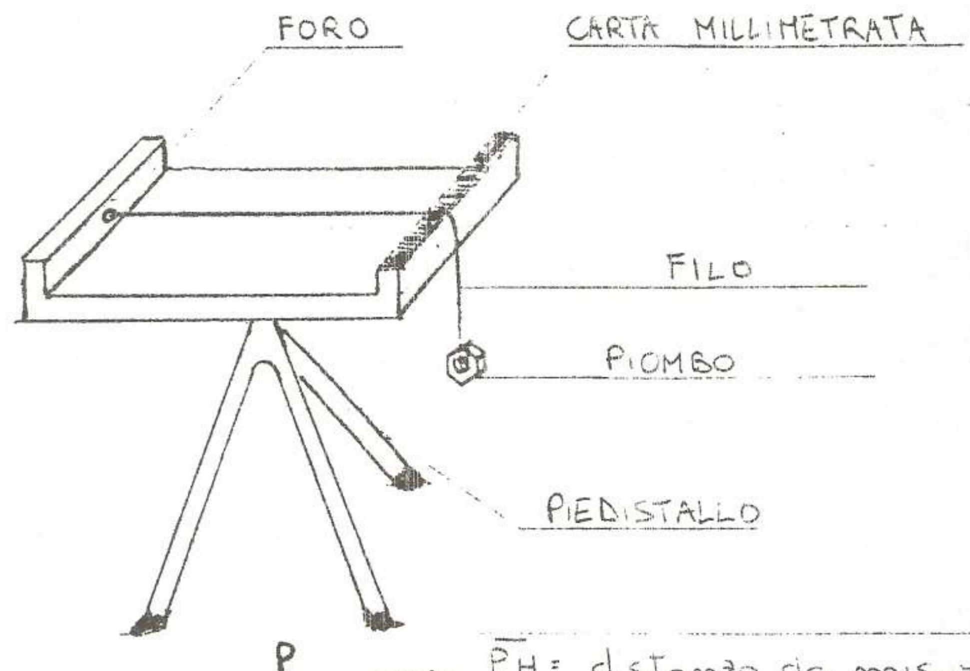
SCOPO DELL'ESPERIMENTO

Misurare una distanza irraggiungibile attraverso il metodo della "Triangolazione".

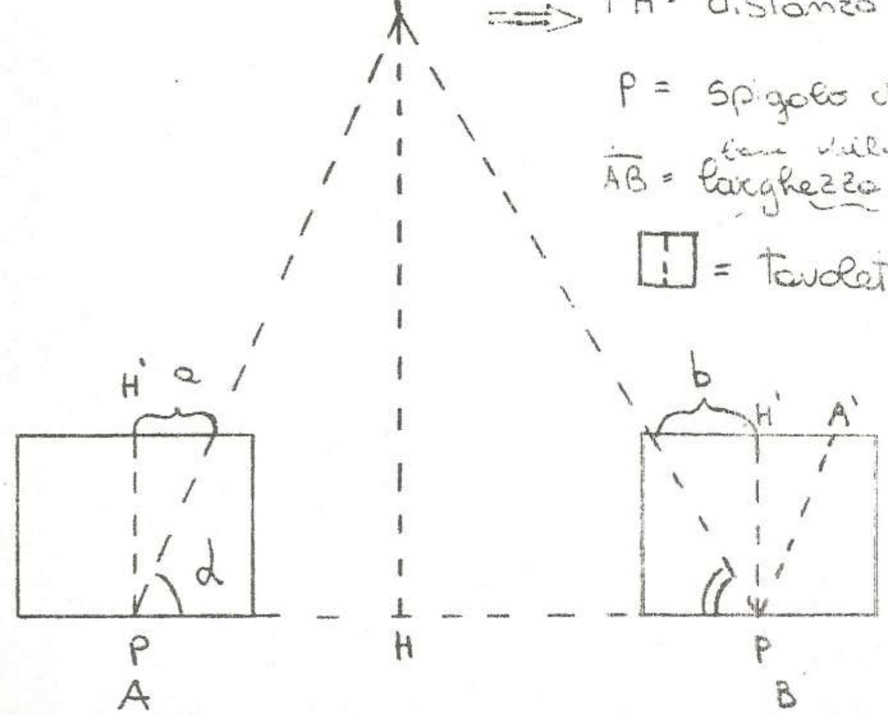
MATERIALE UTILIZZATO

- Una tavoletta di legno munita di un foro, di un filo, e di una carta millimetrata per le misure. Il tutto disposto su un piedistallo. (Fig. 1)
- Un righello per disegnare la distanza sul quaderno. (Fig. 2)

(1)



2)



$\overline{PH}$ = distanza da misurare

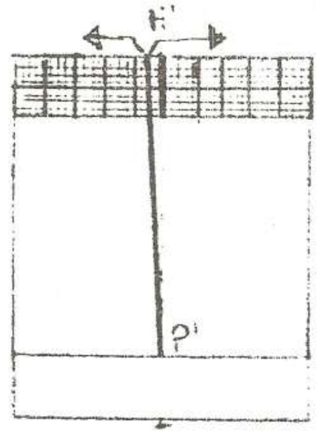
P = spigolo del muro

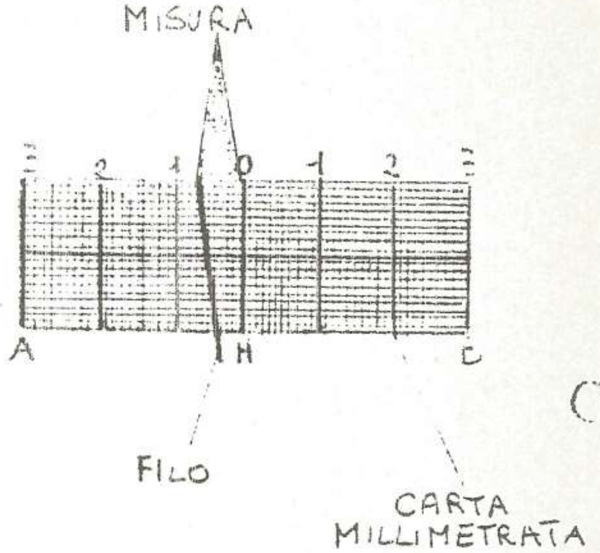
$\overline{AB}$ = larghezza del corridoio (base della triangolazione)

[tavoletta] = Tavoletta

MODALITÀ DI ESECUZIONE E DATI RACCOLTI SINGOLARMENTE E DAI GRUPPI

Sistemare la tavoletta nel punto B e, attraverso il foro, fissare il punto P, e muovere il filo in modo che questo sia in linea col punto P. Attraverso la carta millimetrata prendere la misura in mm di $\overline{B'H}$ che ci servirà per la costruzione del triangolo simile a quello ABP





Ripetere il procedimento con la tavoletta fissata nel punto A.

DATI RACCOLTI DAL GRUPPO

$\overline{AB} = 3{,}18$ m

$a = 1{,}4$ cm $= 14$ mm

$b = 2{,}2$ cm $= 22$ mm

$\overline{A'B'} = 3{,}6$ cm $= 36$ mm

$\overline{P'H'} = 50{,}7$ cm

A questo punto, per trovare la distanza $\overline{PH}$, fare la proporzione:

$\overline{AB} : \overline{A'B'} = \overline{PH} : \overline{P'H'}$ ⟶ perchè i due triangoli sono simili

$$\overline{PH} = \frac{\overline{AB} \cdot \overline{P'H'}}{\overline{A'B'}} = \frac{3{,}18\ \text{m} \cdot 50{,}7\ \text{cm}}{3{,}6\ \text{cm}} = 44{,}785\ \text{m}$$

↓

~ 45 m

↓

perchè il n. del denominatore, che ha solo due cifre, condiziona il risultato e le sue cifre da considerare

2 a. 2

DATI RACCOLTI DALLA CLASSE

GRUPPO	$\overline{AB}$ (m)	a (cm)	b (cm)	$\overline{AB}$ (cm)	$\overline{PH}$ (cm)	$\overline{PF}$ (cm)
1	3,18	2,5	1,5	4,0	50,7	40
2	3,18	2,5	1,5	4,0	50,7	40
3	3,18	0,8	2,2	3,0	50,7	54
4	3,18	0,8	2,2	3,0	50,7	54
5	3,18	1,4	2,2	3,6	50,7	45
6	3,18	1,4	2,2	3,6	50,7	45
7	3,18	0,8	2,7	3,5	50,7	46
8	3,18	0,8	2,7	3,5	50,7	46

EVENTUALI DIFFICOLTÀ INCONTRATE

Si è notato che la tavoletta non era stabile sul piedistallo, ma, anzi, oscillava leggermente. Veniva quindi a mancare il parallelismo tra le due basi $\overline{A'B'}$ e $\overline{AB}$. Si spiega perciò la diversità di dati esistente tra i vari gruppi.

ACCORGIMENTO: Si dovrebbe adottare un fermo

ANALISI E DISCUSSIONE DEI DATI

Cerchiamo un modo per determinare il valore più probabile di queste misure e l'incertezza con cui la conosciamo.
Il valore medio si calcola facendo la media matematica

$$\frac{40+54+45+46}{4} = 46 \qquad P_H = (46 \pm 7)\ m$$

Per trovare l'incertezza si calcola la semidispersione che è uguale a $\frac{V_{max} - V_{min}}{2}$

Il valore di $\overline{PH}$ sta tra i 39 m e i 53 m

$\overline{PH}_{diretta} = 42,60\ m$

La nostra misura è meno precisa ma corretta.

à a 3

CONCLUSIONE

Per misurare una distanza senza una misurazione diretta si possono utilizzare due triangoli simili e fare le proporzioni tra le loro basi e le loro altezze

2 a 4

b) Archi e angoli

L'attività viene proposta con due finalità:
- costruire i primi grafici relativi a grandezze direttamente proporzionali;
- introdurre la misura degli angoli in radianti.

Traccia di percorso per l'insegnante

1. Assegnare ad ogni allievo un angolo diverso dagli altri secondo la tabella riportata in figura (la distribuzione degli angoli è pensata per una classe di 27 persone suddivise in 9 gruppi). L'allievo dovrà disegnare l'angolo e tracciare su di esso degli archi di circonferenze con centro nel vertice dell'angolo. I raggi delle circonferenze potranno essere, in cm: 1,5 - 3,0 - 4,5 - 6,0 - 7,5 - 9,0 - 10,5.

1° gruppo	2° gruppo	3° gruppo	4° gruppo	5° gruppo	6° gruppo
15°	30°	45°	60°	75°	90°
20°	40°	80°	35°	25°	50°
320°	280°	270°	230°	200°	190°

7° gruppo	8° gruppo	9° gruppo
105°	120°	135°
40°	20°	10°
175°	150°	160°

2. Far misurare direttamente la lunghezza degli archi costruiti su uno stesso angolo (misura di linee curve: prendere del filo di cotone, sovrapporlo con cura all'arco e tagliarlo in modo che sia lungo come l'arco, poi misurare la sua lunghezza).

3. Far costruire la tabella di raccolta dati individuali riportata a fianco.

r = raggio della crf

l = lunghezza dell'arco

Osservare che il rapporto l/r è costante.

α =		
r (cm)	l (cm)	l/r
±	±	
±	±	
±	±	

4. Insegnare a rappresentare i dati con la loro incertezza in un grafico cartesiano, con r in ascisse e l in ordinate, utilizzando il fatto che nella maggior parte dei casi si può scegliere la scala 1:1.

5. Far notare che i dati risultano allineati e far tracciare la retta che li interpola meglio. Introdurre il concetto di pendenza della retta (o coefficiente angolare), insegnando a tracciare vari triangoli rettangoli che abbiano come ipotenusa un segmento che giace sulla retta tracciata: far notare che il rapporto fra il cateto verticale e quello orizzontale è costante per tutti i triangoli relativi a una stessa retta. Viene dato il nome di pendenza della retta a questo rapporto. Far notare che il valore trovato per la pendenza della retta è circa uguale al valore del rapporto costante della tabella (l/r).

Lavoro di intergruppo

6. Raccolta dati e analisi della tabella

$\alpha°$	l/r

- Entrambe la colonne presentano valori crescenti.
- Se un angolo è doppio di un altro, lo è circa anche il rapporto l/r.
- Se sommo due angoli e sommo i due l/r corrispondenti.....

7. Costruire il grafico di l/r in funzione di $\alpha°$. In questo grafico compare il problema della scala. Suggerire l'uso di scale 1:1 - 1:2 - 1:5 - 1:10.

Poichè esiste una corrispondenza biunivoca fra ogni valore di l/r e il valore dell'angolo in gradi, si può prendere il rapporto l/r come misura dell'angolo: si dice infatti che questo rapporto dà la misura dell'angolo in radianti. Il grafico dà la scala di conversione da gradi a radianti e viceversa.
In particolare si osserva che a 180° corrisponde 3,1: allora, per estrapolazione, a 360° corrisponderà ......

8. Chiedere agli alunni come si chiama l'arco tracciato su un angolo giro. Richiamare la formula per il calcolo della lunghezza della circonferenza $c = 2\pi r$.

Far calcolare la misura dell'angolo giro in rad:

$$\alpha = \frac{l}{r} = \frac{2\pi r}{r} = 2\pi$$

Confrontare questo valore con quello ottenuto per estrapolazione dal grafico (attenzione alle cifre significative).

Il rapporto l/r è un numero puro che esprime QUANTE VOLTE QUELL'ARCO CONTIENE IL RAGGIO. Tale rapporto viene assunto come MISURA DELL'ANGOLO IN RADIANTI.

9. Se si calcola la pendenza della retta si trova proprio il fattore di conversione tra gradi e radianti:

$$\frac{l/r}{\alpha°} = \text{pendenza della retta} = \frac{\pi}{180} = 0{,}0174$$

(Attenzione al numero di cifre significative!)

Questo valore è un invariante comune a tutti gli angoli.

10. PER CASA: con compasso, righello e filo costruire un angolo la cui misura è assegnata in radianti. Trovarne la misura in gradi dal grafico e verificarla direttamente con il goniometro.

11. Dalla pendenza della retta si può anche scrivere:

$$\frac{l/r}{\alpha°} = \frac{3{,}1}{180°}$$

che corrisponde alla più rigorosa proporzione:

$$\alpha(\text{rad}) : \alpha° = \pi : 180°$$

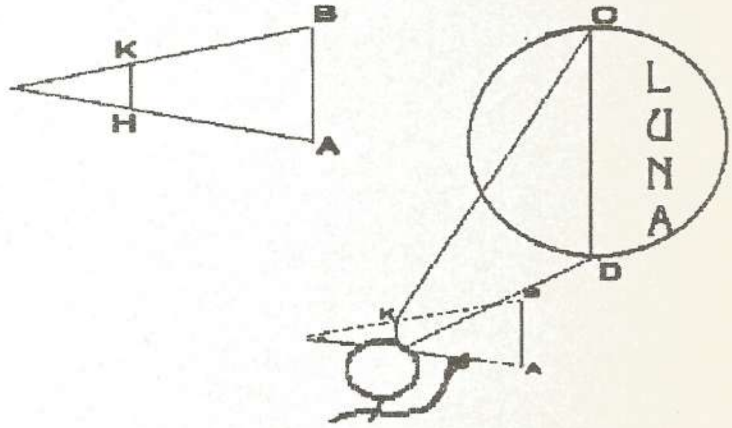
che deriva dalla matematica.

Applicazione

12. Quanto vale in rad l'angolo sotto cui si vede la Luna?
Il disco lunare risulta esattamente coperto se si tiene una moneta da 5 £ davanti al nostro occhio col braccio teso. L'angolo è piccolo, quindi la corda si confonde con l'arco: si può allora stimare l'ampiezza dell'angolo dividendo il diametro della moneta per la lunghezza del nostro braccio. Il risultato è

$$\alpha \simeq \frac{1}{100} \text{ rad} \simeq 0{,}5°$$

Invece della moneta si può usare un triangolino di cartoncino leggero, come quello disegnato a fianco e individuare per tentativi il segmento HK, parallelo ad AB, che corrisponde al diametro lunare quando si traguarda con il braccio teso. Per migliorare le osservazioni può essere utile piegare il cartoncino lungo il lato HK.



In una prova si sono ottenuti i seguenti risultati:

HK = 7 mm

distanza braccio teso $\simeq$ 80 cm

$$\alpha = \frac{7 \text{ mm}}{800 \text{ mm}} \simeq 0{,}009 \text{ rad} \simeq 0{,}5°$$

Raccolta ed elaborazione dei dati sperimentali

Presentiamo ora i dati raccolti dagli insegnanti durante il corso di aggiornamento e la loro elaborazione; alleghiamo poi la relazione di laboratorio di uno studente di 1°.

I dati relativi all'angolo di 15°, raccolti da un gruppo di lavoro, presentano il rapporto l/r costante entro la precisione permessa dalla conduzione sperimentale. Questo rapporto risulta uguale alla pendenza della retta del grafico l(r).

Questa condizione risulta verificata per tutti gli angoli considerati; si passa allora a esaminare la tabella che raccoglie gli angoli misurati in gradi e i relativi rapporti l/r. Riportandoli in grafico i dati possono essere interpolati con una retta uscente dall'origine.

$\alpha = 15°$

r (cm)	l (cm)	l/r	
3,0 ± 0,1	0,9 ± 0,1	0,30	r = lunghezza del raggio
4,5 ± 0,1	1,2 ± 0,1	0,27	
7,5 ± 0,1	2,1 ± 0,1	0,28	l = lunghezza dell'arco
10,5 ± 0,1	2,8 ± 0,1	0,27	
13,1 ± 0,1	3,5 ± 0,1	0,27	

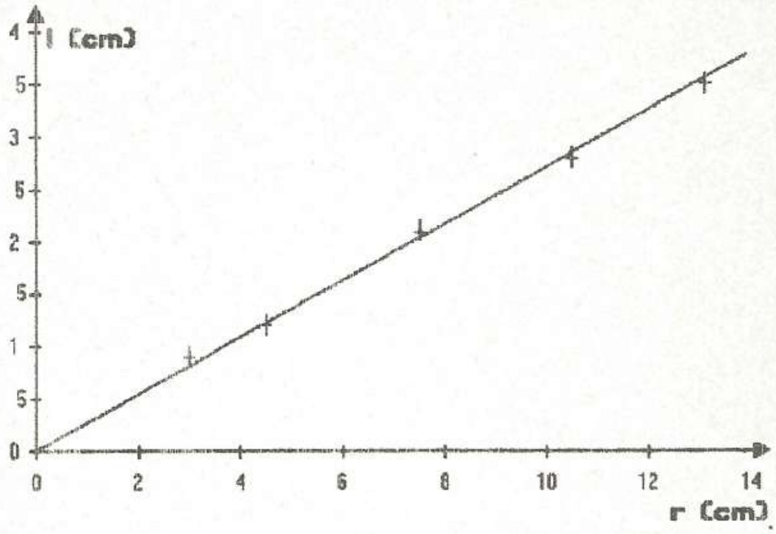


Fig. 2.3

α(°)	l/r
15	0,27
20	0,33
25	0,44
30	0,53
35	0,66
40	0,70
45	0,78
60	1,02
75	1,3
80	1,4
105	1,9
175	3,1
200	3,5
230	4,0
270	4,7

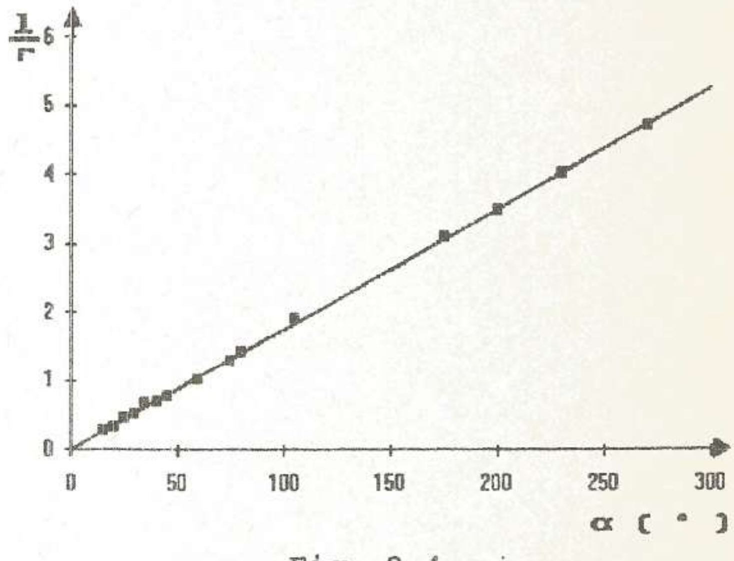


Fig. 2.4

RELAZIONE N° 3

RELATORE: Lodi Marco DATA: 13/11/1991

ARCHI ed ANGOLI

SCOPO DELL'ESPERIMENTO:

Lo scopo dell' esperimento, è vedere se c'è una relazione di proporzionalità diretta tra archi di uno stesso angolo e raggi corrispondenti.

MATERIALE UTILIZZATO:

Il materiale utilizzato è il seguente:

- Foglio da disegno
- Materiale da disegno
- Filo
- Forbici

MODALITA' DI ESECUZIONE DELL'ESPERIMENTO:

Per raggiungere lo scopo che ci siamo posti, dobbiamo misurare la lunghezza degli archi e metterla in rapporto con la lunghezza del raggio e abbiamo quindi proceduto così:

Ognuno di noi ha disegnato un angolo di ampiezza assegnata ed ha disegnato poi 7 archi di circonferenza di raggio assegnato ed uguale per tutti. Fatto ciò, abbiamo sovrapposto il filo su un arco e l'abbiamo tagliato in corrispondenza dei 2 estremi. Questa operazione è stata ripetuta anche per gli altri 6 archi. Ora era possibile ottenere la lunghezza degli archi misurando i fili, ed io ho raccolto i dati nella tabella N°1

TABELLA DATI PERSONALI (N°1)

r (cm)	l (cm)
1,5 ± 0,1	1,1 ± 0,1
3,0 ± 0,1	2,2 ± 0,1
4,5 ± 0,1	3,3 ± 0,1
6,0 ± 0,1	4,3 ± 0,1
7,5 ± 0,1	5,4 ± 0,1
9,0 ± 0,1	6,4 ± 0,1
10,5 ± 0,1	7,4 ± 0,1

LEGENDA

r= raggio
l= arco
α= 40°

Per dimostrare la proporzionalità diretta, oltre al rapporto già detto, c'è un secondo metodo, ossia quello del grafico cartesiano. Se archi ed angoli sono direttamente proporzionali, il rapporto dovrà essere costante; nel caso del grafico invece i punti dovranno trovarsi su una semiretta uscente dall' origine degli assi.

Con il primo metodo, ossia il rapporto, ho ottenuto i seguenti dati:

TABELLA DATI PERSONALI (N°2)

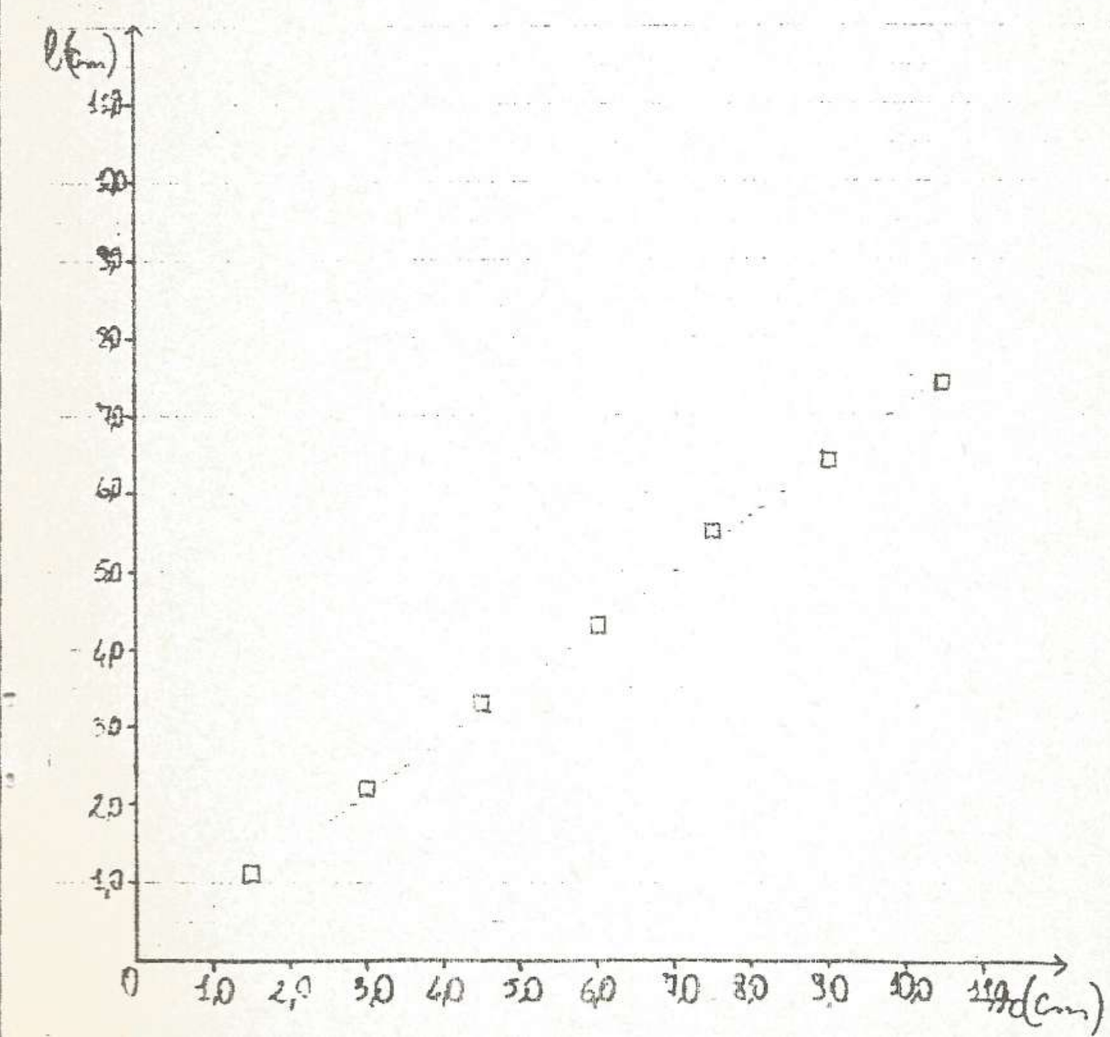
r (cm)	l (cm)	Rapporto l/r
1,5 ± 0,1	1,1 ± 0,1	1,1/1,5=0,74
3,0 ± 0,1	2,2 ± 0,1	2,2/3,0=0,74
4,5 ± 0,1	3,3 ± 0,1	3.3/4,4=0,74
6,0 ± 0,1	4,3 ± 0,1	4,3/6,0=0,72
7,5 ± 0,1	5,4 ± 0,1	5,4/7,5=0,72
9,0 ± 0,1	6,4 ± 0,1	6,4/9,0=0,72
10,5 ± 0,1	7,4 ± 0,1	7,4/10,5=0,70

LEGENDA

r= raggio
l=arco
α= 40°

Osservando i risultati ottenuti, posso constatare che c'è differenza all' ordine dei centesimi e quindi posso considerarli uguali.

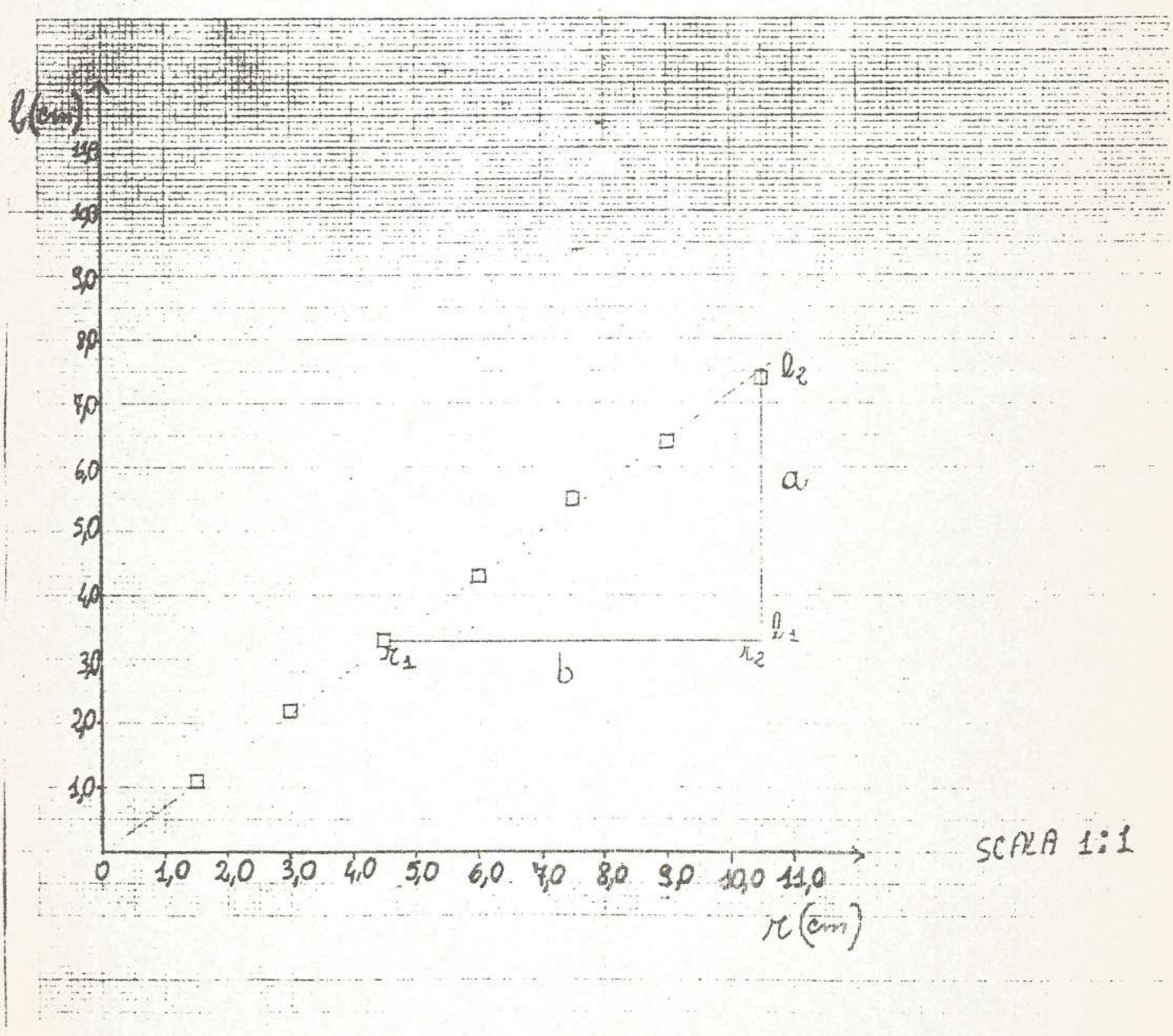
Per eseguire il grafico abbiamo posto i raggi sull' asse X e gli archi sull' asse Y ottenendo così il seguente grafico.



Osservando il grafico, posso notare che i punti del grafico sono toccati dalla semiretta.

Con i dati ottenuti dal rapporto l/r e dal grafico, posso dire dunque che archi di circonferenza e rispettivi raggi sono direttamente proporzionali.

Questa esperienza ci è servita in parte come spunto per imparare una nuova cosa, ossia la pendenza di una retta. Lo spunto ci è stato dato dal grafico cartesiano, infatti, la semiretta passante per i punti ha una certa inclinazione e questa viene chiamata PENDENZA. Per calcolare questa pendenza, abbiamo disegnato un triangolo rettangolo con l' ipotenusa in corrispondenza della semiretta, e i due cateti uno parallelo all' asse X e uno parallelo all' asse Y.



Facendo il rapporto tra i cateti "a" e "b" si calcola il valore della pendenza che indichiamo con la lettera "K". Innanzitutto, la prima cosa da svolgere è quella di trovare la lunghezza dei due cateti sottraendo dal dal valore massimo il valore minimo che sono i punti estremi del cateto . Dovendone poi farne il rapporto otteniamo la seguente formula:

$$K=\frac{L1-L2}{R1-R2}=\frac{7,5-3,3}{10,5-4,6}= 0,70$$

Confrontando il valore di K(~0,70) con il rapporto precedente 1/r(~0,72) possiamo notare che i due valori sono uguali antro l' incertezza e quindi posso scrivere che:

$$K=\frac{L}{R}$$

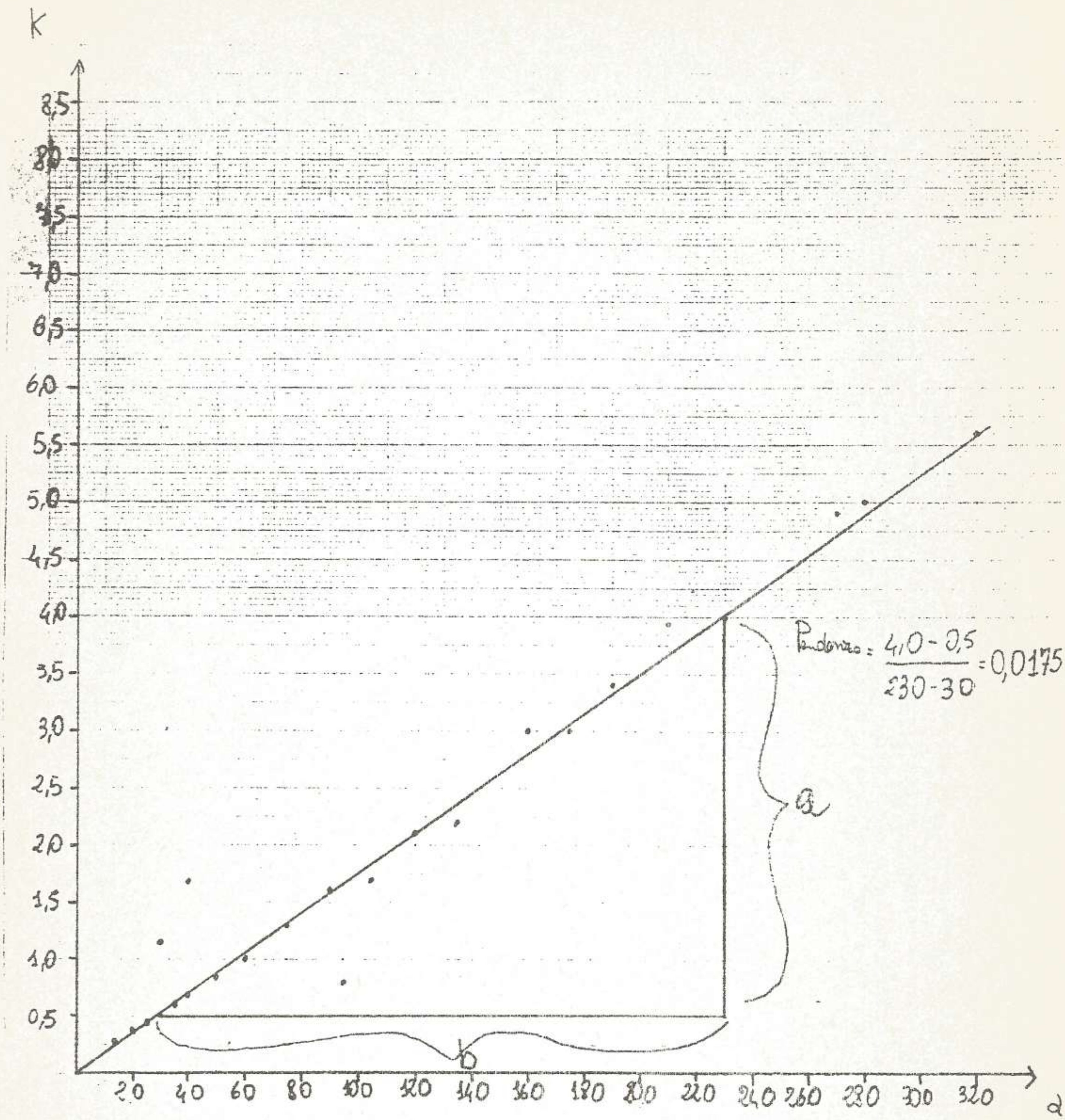
La seguente tabella riporta il valore di K di tutta la classe:

ampiezza angolo	pendenza
α= 15°	0.28
α= 20°	0.37
α= 25°	0.44
α= 30°	0.52
α= 30°	1.3
α= 35°	0.61
α= 40°	0.70
α= 40°	1.68
α= 50°	0.85
α= 60°	1.04
α= 75°	1.3
α= 90°	1.63

ampiezza angolo	pendenza
α= 95°	0.80
α= 105°	1.7
α= 120°	2.1
α= 135°	2.2
α= 160°	3.0
α= 175°	3.0
α= 190°	3.4
α= 200°	3.7
α= 230°	4.0
α= 270°	4.8
α= 280°	5.0
α= 320°	5.6

Con questi dati poi, abbiamo realizzato un grafico cartesiano di cui K era posta sull' asse Y e α sull' asse X.

GRAFICO K/α



Tracciando la semiretta uscente dall' origine notiamo che la maggior parte dei punti vengono toccati dalla semiretta e concludiamo perciò che K e α sono direttamente proporzionali. La pendenza della semiretta è 0.0175
Ritornando al rapporto r/l, oltre ad essere il valore della pendenza rappresenta l'ampiezza dell'angolo in radianti che, a differenza del grado che è la 90° patre dell' angolo retto, definisce quell' angolo in cui la lunghezza del raggio è uguale alla lunghezza dell' arco.

26.5

Possiamo dunque dire :

$$K = \frac{l}{r} = \alpha(\text{rad.})$$

Con questa formula, possiamo dire che per calcolare in radianti l'angolo giro dobbiamo procedere così:

l= circonferenza

$$\alpha = \frac{l}{r} = \frac{\text{circ.}}{r} = \frac{2\pi r}{r} = 2\pi = 6.28 \text{ rad.}$$

Per trovare in radianti il valore dell' angolo piatto che è la metà dello angolo giro procederemo così:

$$l = \frac{\text{circ.}}{2} = \frac{2\pi r}{2} = \pi r$$

$$\alpha = \frac{l}{r} = \frac{\pi r}{r} = \pi = 3.14 \text{ rad.}$$

Di conseguenza per trovare i radianti dell' angolo retto scriveremo :

$$l = \frac{\text{circ.}}{4} = \frac{2\pi r}{4} = \frac{\pi r}{2}$$

$$\alpha = \frac{l}{r} = \frac{\frac{\pi r}{2}}{r} = \frac{\pi}{2} = 1.57 \text{ rad.}$$

T E R Z A   L E Z I O N E

Introduzione al concetto di forza attraverso il percorso seguente:

- forza come causa di deformazione
- entità della deformazione come misura della forza
- legge di Hooke per una molla elicoidale
- costruzione di un dinamometro
- composizione di più forze diverse
- forza peso
- campo gravitazionale.

Come si vede la forza peso non costituisce il punto di partenza, ma di arrivo: le ragioni di questa scelta saranno più chiare nel seguito.

a) Introduzione

Si parte facendo osservare che si considera come elastico un corpo deformabile in diversi modi, ma in grado di riassumere la stessa forma una volta tolta la causa.

Fra tutti i corpi elastici scegliamo i comuni elastici. E' consigliabile usare quelli di para o meglio ancora di lattice, perchè sono più teneri e occorrono ampie deformazioni; inoltre è bene che abbiano tutti circa le stesse dimensioni. In mancanza di meglio si possono usare anche gli elastici comuni.

L'azione deformante deve essere applicata su entrambi gli estremi; se però vogliamo concentrarci sull'azione prodotta solo su un lato si può utilizzare un "aiutante", costituito da un gancio e da un morsetto.

Diciamo che esiste un'azione deformante se vediamo l'elastico deformarsi rispetto alla forma iniziale. Chiamiamo forza (senza essere troppo pignoli) l'azione che viene esercitata. Se la deformazione è piccola è perchè l'azione è piccola e viceversa; dunque a forza diversa corrisponde una diversa deformazione e viceversa.

C'è anche un aspetto che il docente non deve ignorare: le osservazioni precedenti non basterebbero, occorrerebbe anche una riproducibilità del fenomeno; essa è assicurata abbastanza bene, ma non del tutto perchè esiste una certa isteresi che può essere resa trascurabile evitando di mantenere la deformazione per lungo tempo o di renderla eccessiva.

Facciamo allora le osservazioni seguenti.

1. Consideriamo elastico un corpo che, sottoposto a qualche sollecitazione come trazione, compressione, flessione, torsione o altro, tenda a riassumere la forma primitiva quando l'azione cessa. Ciò è vero, in particolare, per le molle o i comuni elastici, che si deformano quando sono sottoposti a trazione.

2. Per deformare un elastico si deve agire su entrambi gli estremi. Chiamiamo forza l'azione esercitata.

3. Ogni qual volta troveremo il corpo elastico deformato sapremo che su di esso agiscono delle forze.
Più la forza è intensa, maggiore risulta la deformazione, e viceversa. Si può allora ricorrere alla deformazione per misurare l'intensità della forza.
Noi useremo gli allungamenti di elastici per misurare forze.

4. Prendiamo un dato elastico come campione e consideriamo come forza unitaria, arbitraria e personale, quella corrispondente ad un determinato allungamento a di detto elastico.
Ogni volta che l'elastico campione si allunga della stessa quantità a, noi ammettiamo che esso venga sollecitato da forze della stessa intensità, indipendentemente dal modo con cui queste forze vengono applicate agli estremi (direttamente con le mani, per il tramite di una cordicella, di un altro elastico, di una molla, ecc.).

5. Se un elastico, fissato ad un estremo, viene tirato dalla mano per mezzo di una cordicella o di un filo legato all'altro estremo, il filo si svolge, si distende, si mette in tensione per consentire di trasmettere all'elastico la forza di trazione esercitata dalla mano. Ne deriva che anche il filo, in ogni punto, è sottoposto alla stessa forza di trazione che agisce sull'elastico.
Quando diciamo che il filo è robusto, resistente, perché non si rompe, intendiamo proprio questo: che il materiale di cui è fatto ha caratteristiche tali da consentirgli di sopportare, in ogni punto, lo sforzo a cui è sottoposto. Una riprova si ha nel fatto che per tendere l'elastico si può tenere il filo con la mano in punti qualsiasi, più vicini o più lontani: ogni volta la mano si sostituisce al materiale del filo nell'applicare, in quel determinato punto, la forza necessaria. E' in questo modo che la forza di trazione si trasmette, di punto in punto, lungo tutto il filo fino all'elastico.

6. Se un elastico viene tirato per mezzo di un altro elastico, anche quest'ultimo si mette in trazione allungandosi: proprio come il filo considerato in precedenza, il secondo elastico deve trasmettere la forza applicata e quindi in ogni punto la gomma di cui è fatto è sottoposta allo sforzo necessario. Ne deriva che entrambi gli elastici risultano sollecitati da forze di uguale intensità e quindi deformati **o allo stesso modo oppure in modo diverso**. Infatti gli allungamenti a1 e a2 dei due elastici soddisfano ad una delle seguenti condizioni:

a1 < a2, per cui il secondo elastico si allunga di più del primo; diremo allora che è più tenero;

a1 > a2, per cui il secondo elastico si allunga di meno del primo; diremo allora che è più rigido;

a1 = a2, per cui il secondo elastico si allunga quanto il primo; diremo allora che non è né più tenero né più rigido.

Anzi, se a1 = a2 per **qualunque** forza di trazione agente sui due elastici, diremo che essi sono uguali perché si comportano allo stesso modo e non sono distinguibili uno dall'altro.

7. In base al criterio indicato al punto 6, selezioniamo almeno cinque elastici uguali a quello campione. E' evidente che la garanzia di uguaglianza degli elastici dipende dalla precisione con cui vengono

effettuate le misurazioni dei loro allungamenti: considereremo quindi gli elastici uguali entro gli errori di misura.

8. Gli elastici uguali possono essere collegati fra loro in vari modi. In particolare:

in parallelo, quando, affiancati uno all'altro, vengono tirati tutti insieme; in questo caso la forza di deformazione complessiva è multipla di quella necessaria a deformare un solo elastico (doppia se gli elastici sono due, tripla se sono tre, ecc.); l'allungamento, del gruppo di elastici, invece, è uguale a quello di un elastico solo;

in serie, quando, messi in fila uno dietro l'altro, vengono allungati tutti applicando la forza di deformazione all'estremità dell'ultimo elastico; in questo caso la forza si trasmette inalterata da un elastico all'altro lungo l'intero treno; l'allungamento complessivo del treno, invece, è multiplo dell'allungamento di un singolo elastico (doppio se gli elastici sono due, triplo se sono tre, ecc.).

9. Usando elastici uguali disposti in parallelo si possono applicare a qualunque oggetto forze multiple di una forza prefissata, scelta in modo arbitrario come indicato al punto 4.

Quando esse vengono usate per tendere un elastico, oppure una molla, si può controllare come la lunghezza, o l'allungamento, dipende dall'intensità della forza.

b) Elastici e molle

A questo punto sfruttiamo le affermazioni precedenti per verificare l'uguaglianza di un gruppo di elastici.

Agiremo con tre azioni deformanti diverse e catalogheremo come uguali quegli elastici che si comporteranno in ugual maniera nei tre casi.

Stabiliremo di chiamare unitaria quella forza che deforma in una certa misura uno degli elastici selezionati, per esempio portandolo alla lunghezza di 14,0 cm.

Disponendo poi due elastici uguali in parallelo diremo che la forza vale due unità se essi sono portati alla lunghezza di 14,0 cm. Disponendone in parallelo tre, se saranno portati aslla stessa lunghezza di 14,0 cm, la forza avrà intensità pari a tre unità. E così via.

ESPERIMENTO 1

Materiale: elastici di lattice, graffette di cui una con un riferimento, morsa e cordella metrica. Con la cordella metrica posizionata sul tavolo si collegano in serie due elastici tramite la graffetta col riferimento.

Si prendono i due elastici alle estremità rimaste libere con altre due graffette; si posiziona il primo estremo del primo elastico sullo zero della cordella metrica e si tendono gli elastici portando l'estremo libero del secondo elastico su una tacca arbitraria della cordella (es. 40,0 cm): se i due elastici sono uguali il riferimento bianco segnato sulla metà della graffetta di collegamento deve trovarsi sui 20,0 cm. Poi si allunga fino a 50,0 cm e si va a vedere dove si colloca il riferimento della graffetta, e così via. (Fig. 3.1)

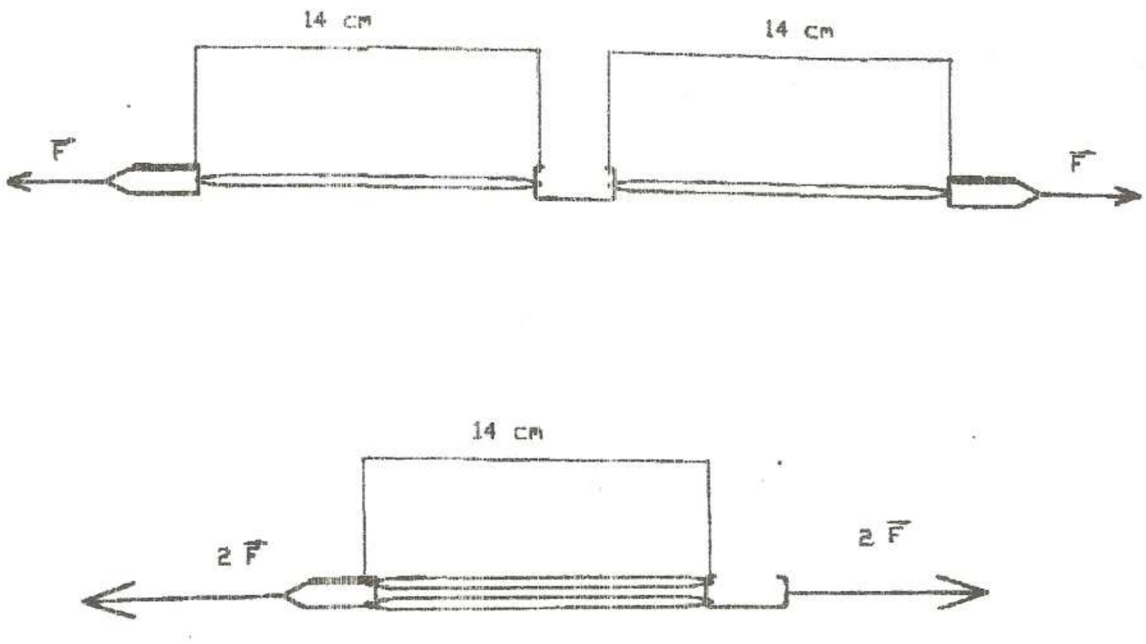


Fig. 3.1

Occorre controllare le caratteristiche di diversi elastici a disposizione catalogandoli fino ad individuarne almeno cinque uguali.

Si prendono due elastici uguali e si tirano una volta in serie e una volta in parallelo in modo che diventino sempre lunghi ciascuno 14,0 cm. Dovrebbe essere avvertibile la differenza fra i due sforzi (serie e parallelo) con un'azione più impegnativa nel caso del parallelo.

Si può ripetere la prova con un numero maggiore di elastici.

ESPERIMENTO 2

Si tratta di mettere in trazione una molla prima con un elastico portato alla lunghezza di 14,0 cm, poi con due elastici uguali montati in parallelo sempre portati alla lunghezza di 14,0 cm, poi con tre elastici e così via.

Gli elastici non devono toccarsi perchè eventuali effetti di attrito possono compromettere tutto.

Occorre che i 140 mm siano sempre rigorosamente mantenuti per ogni numero di elastici.

Per prima cosa si confrontano fra loro i cinque elastici in dotazione ponendoli in serie e allungandone uno a 14,0 cm; si vede che anche gli altri si allungano fino a 14,0 cm con un'incertezza massima di qualche millimetro e la sequenza dei cinque elastici realizza un sistema molto tenero che si allunga moltissimo. L'azione non è molto intensa (e i ragazzi se ne accorgono convincendosi ulteriormente che la forza agente è la stessa sui cinque elastici).

Poi si dispone sotto alla molla un sostegno per impedire flessioni dovute al peso, si posiziona il morsetto B in modo che l'elastico sia lungo 14,0 cm (equivalente ad una unità di forza) e si misura la lunghezza della molla, dalla prima spira all'ultima.

Si ripete l'operazione più volte con 2, 3, 4, 5 elastici disposti in parallelo (Fig. 3.2). La misura della lunghezza della molla eseguita con uno strumento di misura tarato al mm, comporta un'incertezza di circa ± 2 mm (uno per parte).

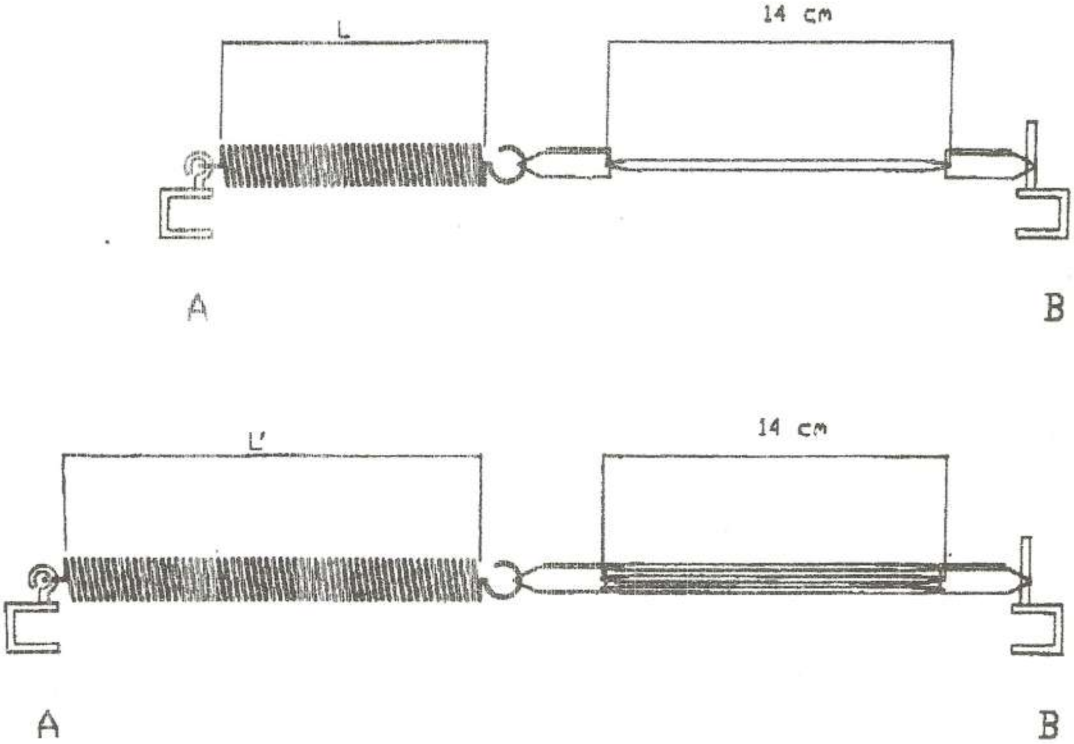


Fig. 3.2

I dati sono raccolti nella tabella seguente e rappresentati nel grafico di Fig. 3.3.

l (cm)	F (el)
17,0 ± 0,2	1
25,0 ± 0,2	2
31,5 ± 0,2	3
39,0 ± 0,2	4
47,5 ± 0,2	5

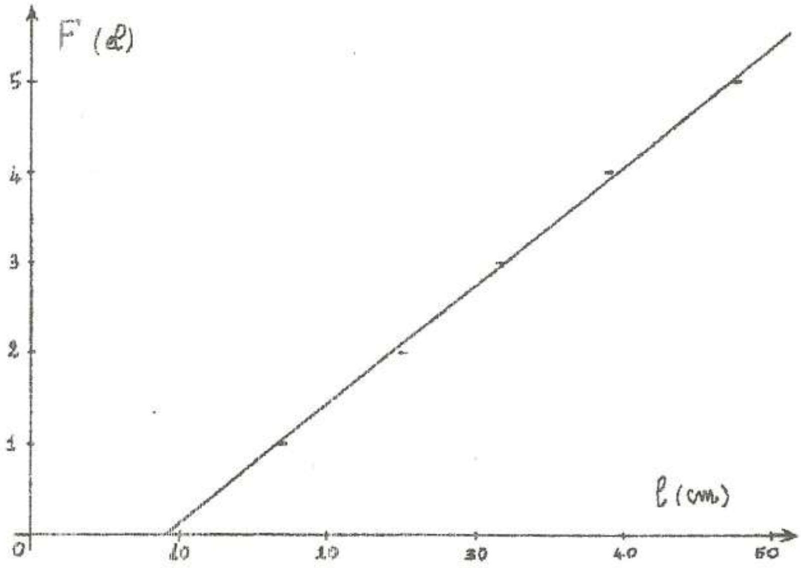


Fig. 3.3

L'intersezione della retta con l'asse orizzontale, pari a (9,1 ± 0,2) cm, indica la lunghezza a riposo della molla. Un confronto con la misura diretta di tale lunghezza l_0 = (9,4 ± 0,1) cm mostra un buon accordo.

c) La legge di Hooke

Sottraendo la lunghezza a riposo della molla si trovano i valori degli allungamenti e la nuova tabella

$\Delta l = l - l_0$ (cm)	F (el)
0,0 ± 0,2	0
7,6 ± 0,3	1
15,6 ± 0,3	2
22,1 ± 0,3	3
29,6 ± 0,3	4
38,1 ± 0,3	5

che consente di tracciare un nuovo grafico rappresentante l'intensità della forza in funzione dell'allungamento della molla (Fig. 3.4).

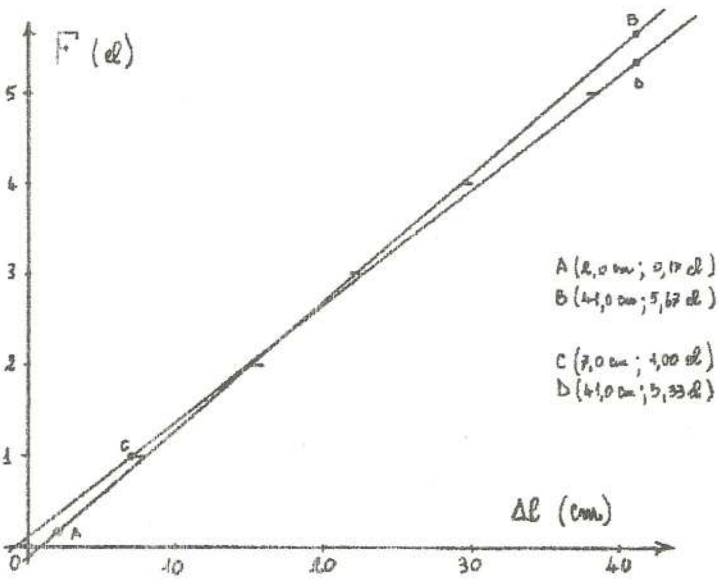


Fig. 3.4

I dati sono allineati con l'origine e suggerisono l'ipotesi di una proporzionalità diretta

$$F \;\alpha\; \Delta l$$

da cui

$$F = k \cdot \Delta l \qquad (1)$$

La proporzionalità diretta, ottenuta in questo come in tanti altri esperimenti analoghi, è nota come legge di Hooke.

OSSERVAZIONE

Una previsione che si può fare in base alla (1) è la seguente: tre molle uguali (la loro uguaglianza può essere riscontrata con lo stesso procedimento adottato per gli elastici), disposte due in parallelo in serie con la terza, si allungheranno in modo tale, quando il sistema sia messo in tensione, che l'allungamento delle due molle in parallelo risulti la metà di quello della terza; in particolare, ciò risulta vero per qualunque intensità applicata.

La previsione è facilmente controllabile sperimentalmente e i risultati la confermano entro le incertezze di misura, per cui la (1) può assumere validità di legge fisica.

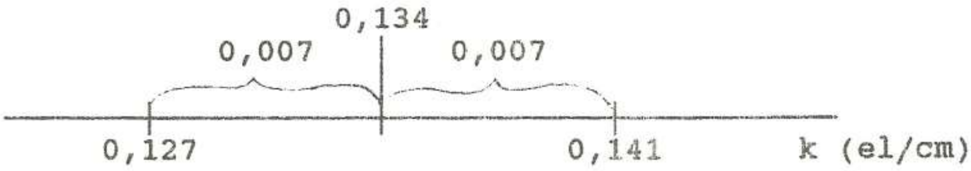
La costante di proporzionalità k è detta costante elastica della molla. Il suo valore può essere determinato con la relativa incertezza calcolando la pendenza delle due rette tracciate, che interpolano la distribuzione dei dati, una con la massima inclinazione possibile, l'altra con la minima.

Segnate su di esse, rispettivamente, le coppie di punti A, B e C, D si ottiene:

$$k_{MAX} = \frac{5{,}67 \text{ el} - 0{,}17 \text{ el}}{41{,}0 \text{ cm} - 2{,}0 \text{ cm}} = \frac{5{,}50 \text{ el}}{39{,}0 \text{ cm}} = 0{,}141 \text{ el/cm}$$

$$k_{MIN} = \frac{5,33 \text{ el} - 1,00 \text{ el}}{41,0 \text{ cm} - 7,0 \text{ cm}} = \frac{4,33 \text{ el}}{34,0 \text{ cm}} = 0,127 \text{ el/cm}$$

e quindi l'intervallo di misura della costante elastica risulterà



per cui si potrà scrivere in definitiva

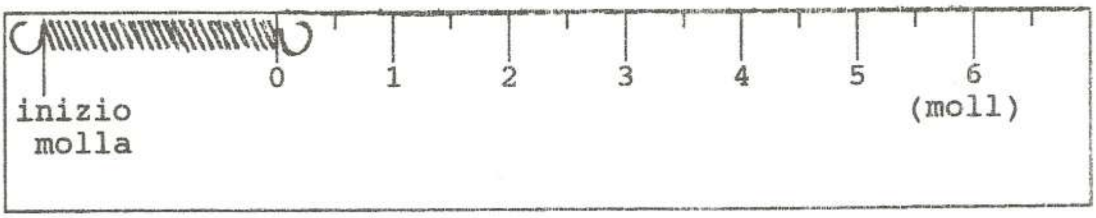
$$k = (0,134 \pm 0,007) \text{ el/cm}$$

d) Costruzione di un dinamometro

La linearità della relazione (1) ci suggerisce l'idea di costruire uno strumento per misurare l'intensità della forza in base agli allungamenti di una molla.

Possiamo prendere la stessa molla utilizzata in precedenza e definire una nuova unità per l'intensità delle forze, corrispondente ad un allungamento di 2,0 cm. Chiamando moll la nuova unità, possiamo costruire una scala, tarata in moll, da associare alla nostra molla.

Si prende un foglio di carta millimetrata grande (dimensioni 30 cm x 40 cm circa) e lo si piega sulla metà del lato corto, in modo di avere sul bordo di piegatura un segmento millimetrato lungo circa 40 cm. Su di esso si riporta, ad un estremo, la molla in condizioni di riposo e si segnano le posizioni della prima e dell'ultima spira, come indicato nella figura.



Si traccia quindi un segno ogni due centimetri a destra dell'ultima spira della molla, realizzando la scala del dinamometro, tarata in moll. E' utile segnare anche le mezze divisioni.

Lo strumento, costituito dalla molla e dalla scala, ha una portata di 13 - 14 moll e una sensibilità di 0,1 moll.

Esso verrà utilizzato in tutti gli esperimenti successivi.

FORZE ED ELASTICI

SCOPO DELL'ESPERIMENTO

Vedere il comportamento di un corpo elastico sottoposto ad una forza

MATERIALE UTILIZZATO

- Degli elastici
- delle graffette
- un morsetto
- un filo

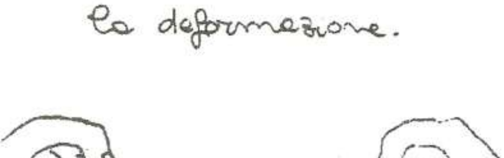
MODALITÀ DI ESECUZIONE

definizioni:

<u>corpo elastico</u>: è un corpo che, sottoposto a forze, si deforma e, quando la forza scompare, ritorna alla forma di partenza. L'elasticità dei corpi è una cosa limitata, dopo questi limiti appare una deformazione permanente.

<u>Forza</u>: è una cosa che, agendo su dei corpi, li deforma o li sposta dalla posizione originale. Per applicare una forza bisogna spingere o tirare.

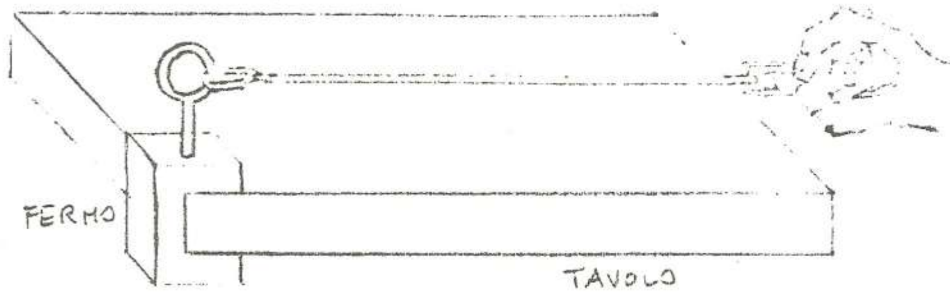
Prendere un elastico e, attraverso le dita, applicare su di esso due forze, una a destra e una a sinistra; all'aumentare della forza aumenta anche la deformazione.



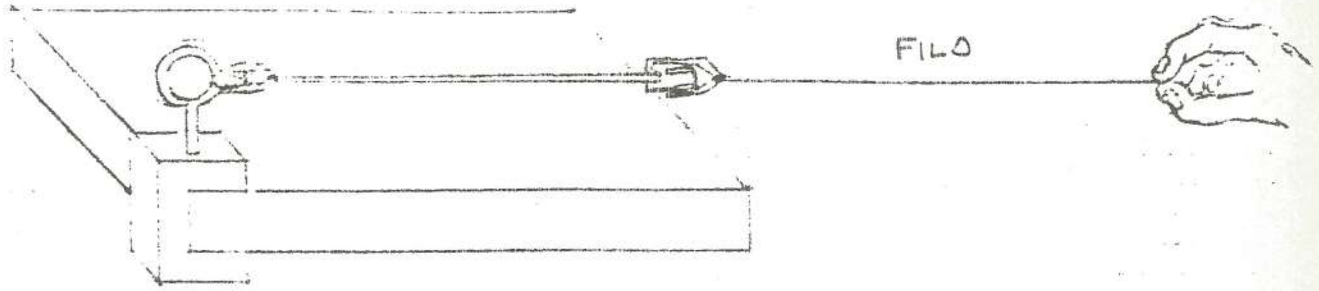
La forza si può applicare anche attraverso dei corpi rigidi

Un corpo è rigido quando, sottoposto ad una forza, non si deforma

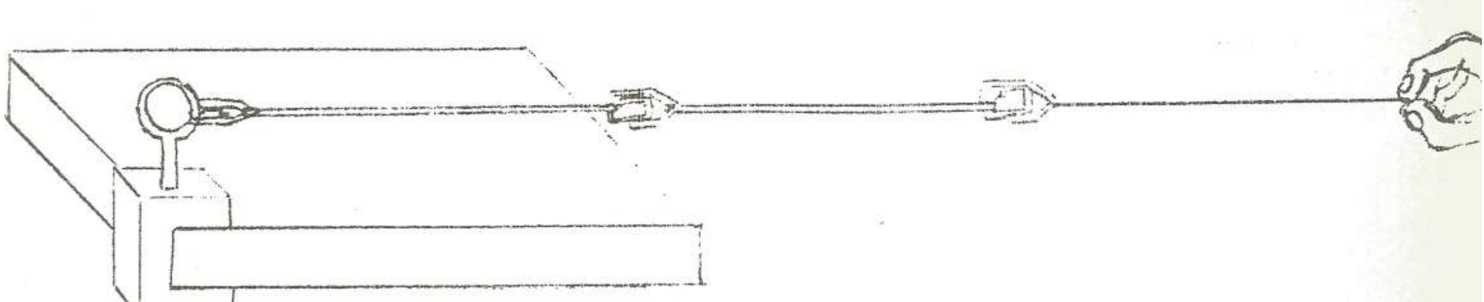
Possiamo applicare la forza tenendo un capo dell'elastico con un fermo e tirando l'altro capo con la mano



Se fissiamo un filo alla graffetta prima che l'elastico si deformi dobbiamo applicare la forza sul filo

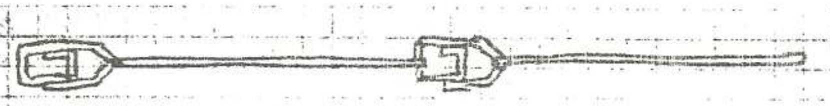


Se applichiamo un elastico a quello originario ed in più un filo notiamo che " un corpo elastico per trasmettere la forza deve prima deformarsi

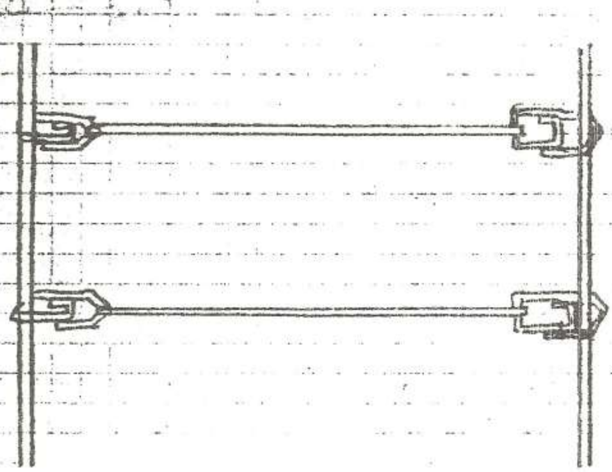


Tirando due elastici uno dei due può allungarsi di più dell'altro; questo si dice tenero, l'altro si dice rigido
Può anche darsi che i due elastici si allunghino della stessa misura; gli elastici si dicono uguali.

Mettere gli elastici in serie vuol dire metterli uno dopo l'altro.

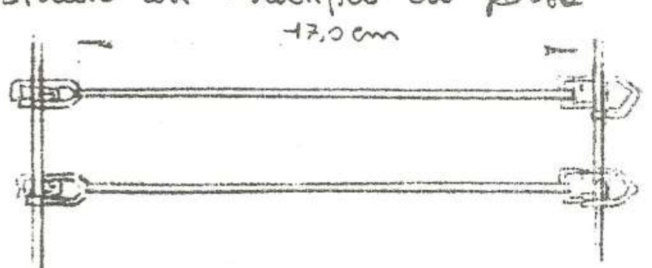


Se li mettiamo uno sopra l'altro si dicono montati in parallelo



Se tiriamo 2 o 3 elastici uguali in parallelo la fatica è maggiore di quando tiriamo 2 o 3 elastici uguali in serie.
Per tirare due elastici della stessa lunghezza serve la stessa forza sia che si tiri direttamente, sia che si tiri indirettamente.
Se mettiamo tre elastici uguali in parallelo la forza triplica.
Possiamo costruire un misuratore di forza:
con un elastico in parallelo ~~ho fo~~ abbiamo forza 1
Con due elastici uguali in parallelo abbiamo forza 2

1el = forza necessaria a tendere l'elastico di riferimento di 17,0 cm
Prendiamo un elastico uguale a quello di riferimento, lo montiamo in parallelo al primo e li tiriamo insieme fino a 17,0 cm. Abbiamo costruito un multiplo di forza



SCOPO DELL'ESPERIMENTO

Dati 10 elastici, trovare quelli uguali, quelli teneri e quelli rigidi rispetto all'elastico di riferimento

MATERIALE UTILIZZATO

- degli elastici
- un morsetto
- delle graffette

MODALITÀ DI ESECUZIONE

Fissare l'elastico di riferimento al fermo e misurarne la lunghezza a riposo. Attaccare a questo elastico un'altro elastico ~~tirare fino a~~ e misurarne la lungh. quando il primo è a lunghezza di riposo. Ripetere l'esperimento con gli altri elastici e con tre forze diverse.

Due elastici sono uguali entro un'incertezza di 2 mm

TABELLA RACCOLTA DATI

	1° elastico	2° elastico	3° elastico	4° elastico	5° elastico	6° elastico	7° elastico	8° elastico	9° elastico	10° elastico
ℓ (cm)	11,5	11,7	11,6	11,5	11,4	11,1	11,5	12,1	11,7	11,2
$\Delta\ell_1$ (cm)	~~11~~,0	1,0	0,6	1,2	0,6	0,6	0,7	0,3	0,5	1,0
$\Delta\ell_2$ (cm)	2,0	2,2	1,8	2,2	1,0	2,1	1,7	1,9	1,5	2,0
$\Delta\ell_3$ (cm)	3,0	3,2	2,6	3,2	1,4	2,6	2,7	3,2	2,5	3,0

elastico N.1 = elastico di riferimento

elastici uguali = N. 1, 2, 4, 10

elastici rigidi = N. 3, 5, 6, 7, 8, 9

Per vedere se degli elastici sono uguali basta montarli in serie, tirarli in modo che il primo sia 17,0 cm, e controllare che tutti gli altri siano di questa lunghezza.

CONCLUSIONE

- Un corpo elastico si deforma quando è sottoposto ad una forza; ritorna nella posizione di riposo quando la forza cessa di esistere.
- Per applicare una forza si deve spingere o tirare
- La forza si può applicare direttamente o per mezzo di corpi rigidi.
- Un corpo elastico per trasmettere la forza deve prima deformarsi.
- 1 el = forza necessaria a tirare un elastico alla lunghezza di 17,0 cm
- Dato un certo numero di elastici possiamo riconoscere quelli uguali, quelli teneri (che si allungano di più rispetto all'elastico di riferimento) e quelli rigidi (che si allungano di meno rispetto all'elastico di riferimento).

16/1/92 MOLLA ED ELASTICI N 2

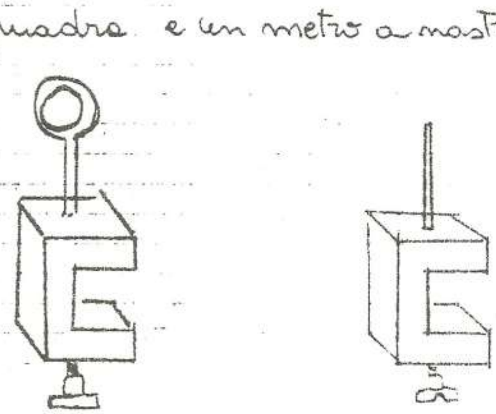
SCOPO DELL'ESPERIMENTO

Studiare il comportamento delle molle sottoposte a forze diverse.

MATERIALE UTILIZZATO

2 morsetti: su uno va ~~il~~ montato il gancio con la molla, sull'altro (morsetto a spina) vengono fissati gli elastici in parallelo (in modo che risultino tutti uguali)

- 5 Elastici uguali
- Graffette
- Una squadra e un metro a nastro per misurare la lungh. della molla



MORSETTO A

MORSETTO B (A spina)

MODALITÀ di ESECUZIONE E DATI RACCOLTI

- Controllare che i 5 elastici siano uguali entro l'incertezza precostituita
- Prendere un elastico e montarlo in serie con uno di riferimento, tirarlo fino a quando il 2° è di 23,0 cm. Misurare la lunghezza del nostro elastico che sarà la lunghezza corrispondente ad un el.

1 el = forza necessaria a tendere l'elastico a 13,9 cm

- Misurare la lunghezza della molla a riposo (forza=0) [$LUNG._{molla}$ = dalla 1° spira all'ultima]
- Tendere la molla mediante un elastico portato alla lunghezza determinata.
- Misurare la lunghezza della molla.
- Mettere 2 elastici in parallelo.
- Misurare la lunghezza raggiunta dalla molla
- Aggiungere un terzo elastico con altre 2 graffette, tirarli alla solita lungh. e misurare la molla.
- Ripetere l'esperimento fino alla fine degli elastici.

3.b 6

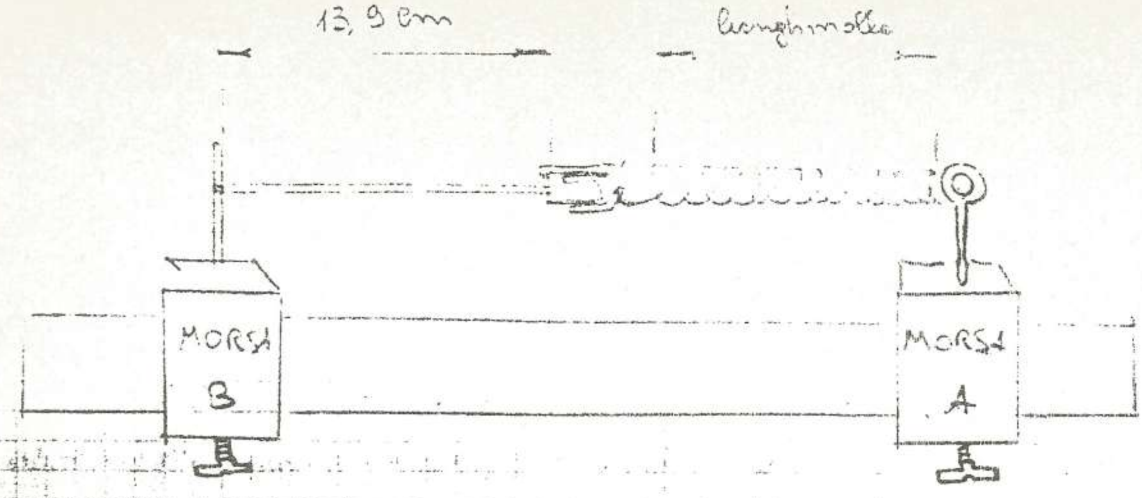
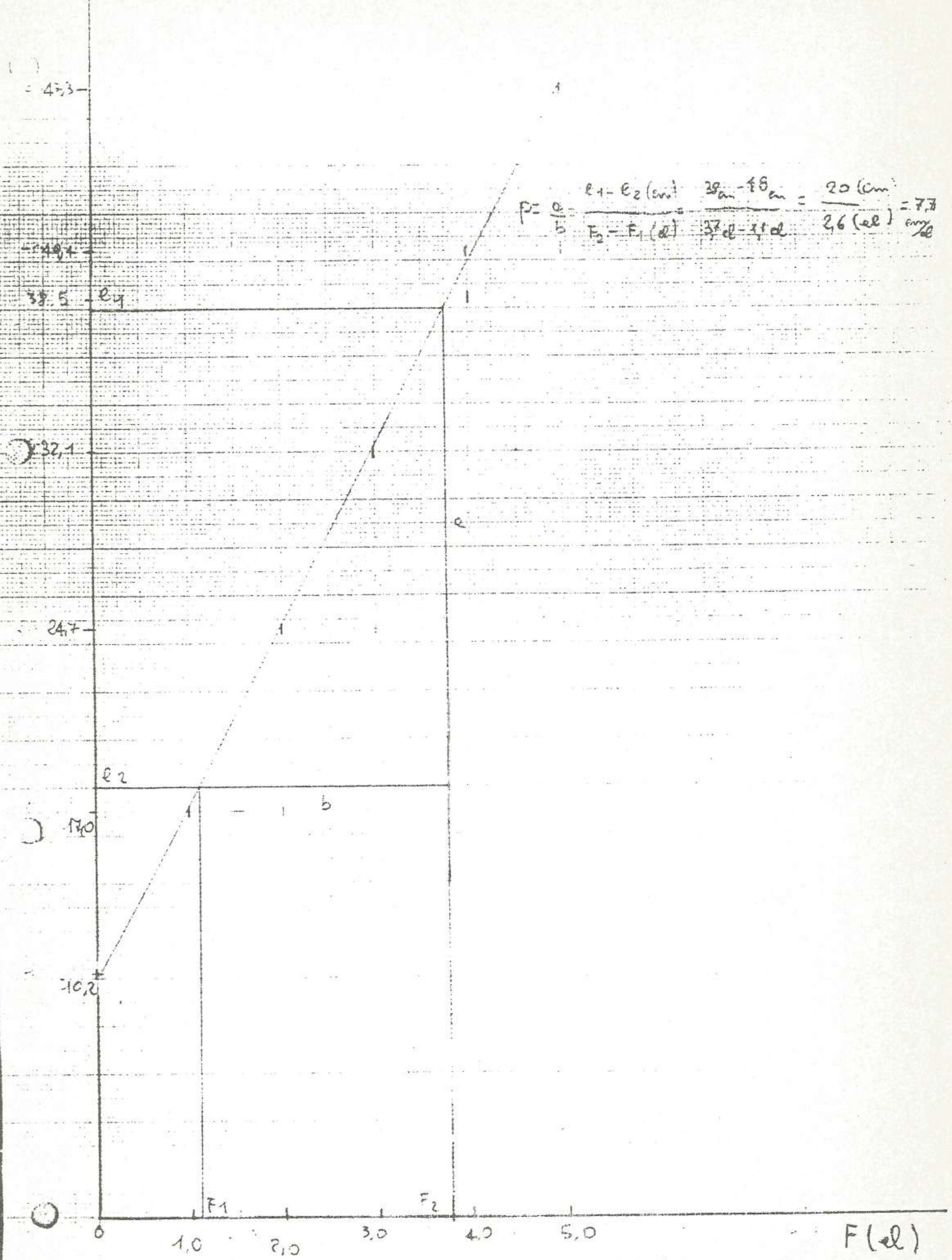


TABELLA RACCOLTA DATI DI GRUPPO

F (el)	l (cm)
0	10,2 ± 0,2
1	17,0 ± 0,2
2	24,7 ± 0,2
3	32,1 ± 0,2
4	40,4 ± 0,2
5	47,3 ± 0,2
-1	38,5 ± 0,2
-2	31,9 ± 0,2
-3	24,5 ± 0,2
-4	17,1 ± 0,2
-5	10,2 ± 0,2

Costruire il grafico di l in funzione di F.

LUNGHEZZA DELLA MOLLA IN FUNZIONE
DELLA FORZA



3/8

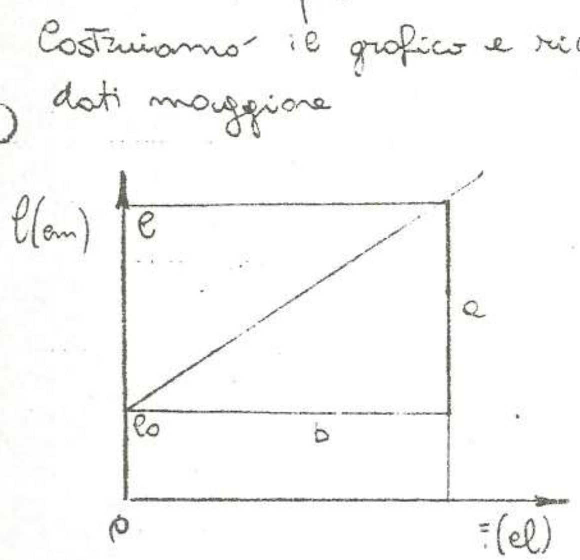
ANALISI E DISCUSSIONE DEI DATI

~~Isto~~ Osservando il grafico notiamo che i dati possono stare tutti per una stessa retta. Questo ci dice che tra l ed F c'è una relazione.
La retta però non esce dall'origine e quindi l ed F non sono direttamente proporzionali.
Il rapporto $\frac{l}{F}$ non è costante: verifichiamo.

F (dl)	l (cm)	$\frac{l}{F}\left(\frac{cm}{dl}\right)$
0	10,2 ± 0,2	/
1	17,0 ± 0,2	17
2	24,7 ± 0,2	12
3	32,1 ± 0,2	11
4	40,4 ± 0,2	10
5	47,3 ± 0,2	9,4
−1	38,5 ± 0,2	9,6
−2	31,9 ± 0,2	11
−3	24,5 ± 0,2	12
−4	17,1 ± 0,2	17
−5	10,2 ± 0,2	/

$\frac{l}{F} \neq K$

Ma allora qual è la relazione tra l e F?
Costruiamo il grafico e ricaviamo il triangolo di cateti a e b, con i dati maggiori



(a) è l'allungamento della molla

(b) è la forza

$a = l - l_0 = \Delta l$

$b = F$

$\frac{a}{b} = F$

$$\boxed{\frac{\Delta l}{F} = K}$$

Tra Δl e F c'è proporzionalità diretta.
K ci dice di quanto si allunga la molla per ogni unità di forza

Costruiamo il grafico di F in funzione di Δl ...

... notiamo che i dati passano tutti per una semiretta uscente dall'origine e quindi tra F e Δl c'è una proporzionalità diretta.

$$\frac{F}{\Delta l} = K \qquad K = 0{,}13$$

K indica di quanto si allunga la molla rispetto alla forza esercitata.

Che relazione c'è tra questa pendenza e quella del primo grafico?

Se moltiplichiamo le due pendenze otteniamo: $K_1 \cdot K_2 = 1{,}0$

$$K_1 = 7{,}7\ \frac{cm}{el} \qquad K_2 = 0{,}13\ \frac{el}{cm}$$

$$7{,}7 \cdot 0{,}13 \cdot \frac{\cancel{cm}}{\cancel{el}} \cdot \frac{\cancel{el}}{\cancel{cm}} = 1$$

Possiamo dire che le due pendenze sono l'una il reciproco dell'altra

La formula $\frac{F}{\Delta l} = K_e$ è la legge di Hooke

K_e → Costante elastica

Hooke è stato il primo scienziato a capire che tra F e Δl c'è una proporzionalità diretta

Per avere dei multipli della molla basta misurare il suo allungamento rispetto a quello della prima forza.

Con la molla si possono ottenere anche i ~~s~~ sottomultipli di una forza

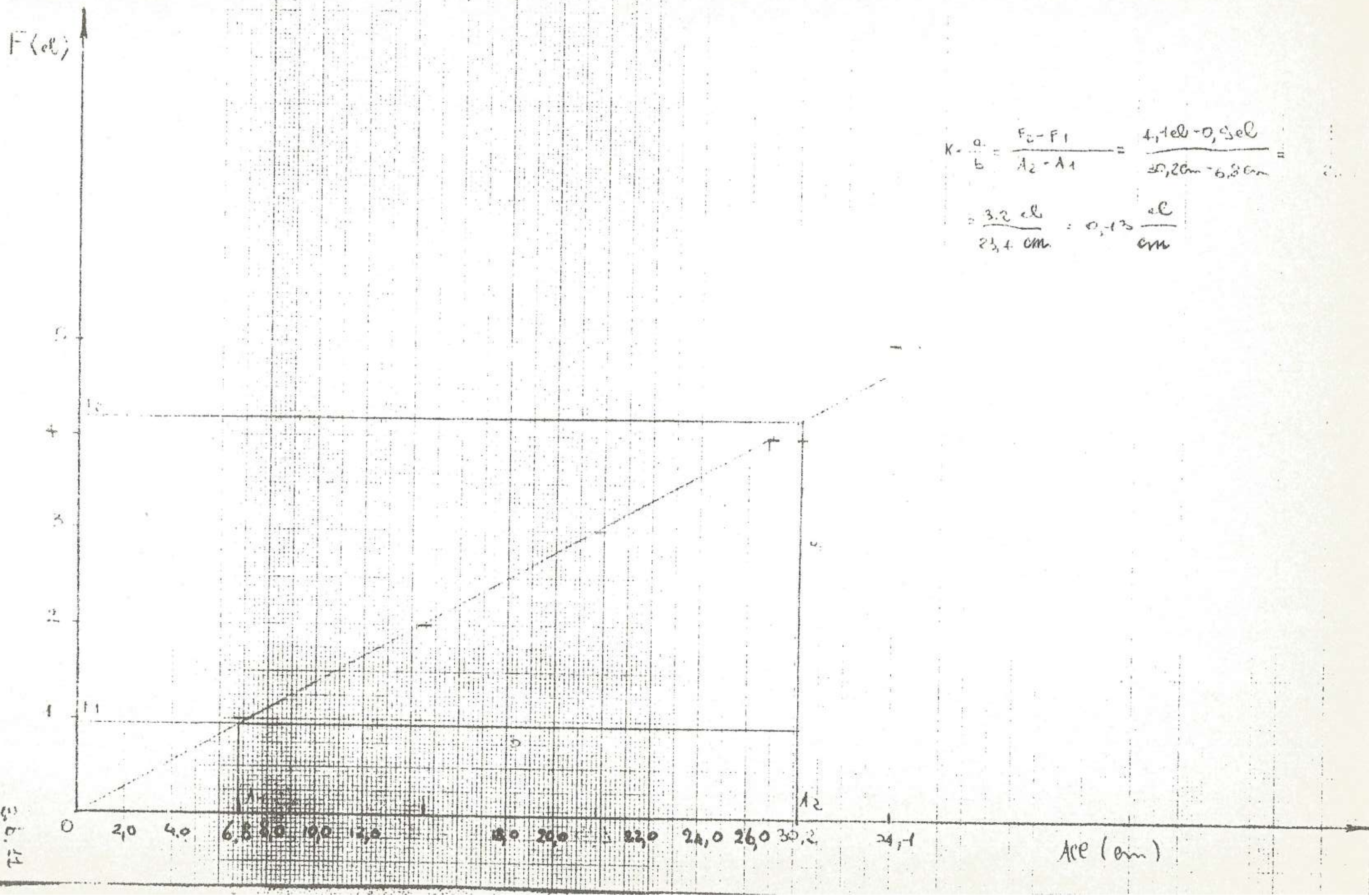
CONCLUSIONE

Se costruiamo un grafico di l in funzione di F ricaviamo che K indica di quanto si allunga la molla rispetto alla forza esercitata.

Tra F e Δl c'è proporzionalità diretta

$$\boxed{\frac{F}{\Delta l} = K_e}$$

→ legge di Hooke.



$$K = \frac{a}{b} = \frac{F_2 - F_1}{A_2 - A_1} = \frac{4{,}1\,cl - 0{,}9\,cl}{30{,}2\,cm - 6{,}8\,cm} = \frac{3{,}2\,cl}{23{,}4\,cm} = 0{,}13\,\frac{cl}{cm}$$

COSTRUZIONE DI UN DINAMOMETRO

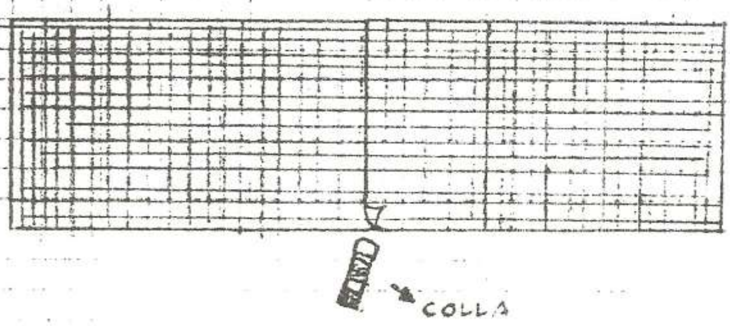
SCOPO DELL'ESPERIMENTO: Costruire un dinamometro capace di misurare alcune forze di molle

MATERIALE UTILIZZATO

- Una molla
- 2 fogli di carta millimetrata
- un righello

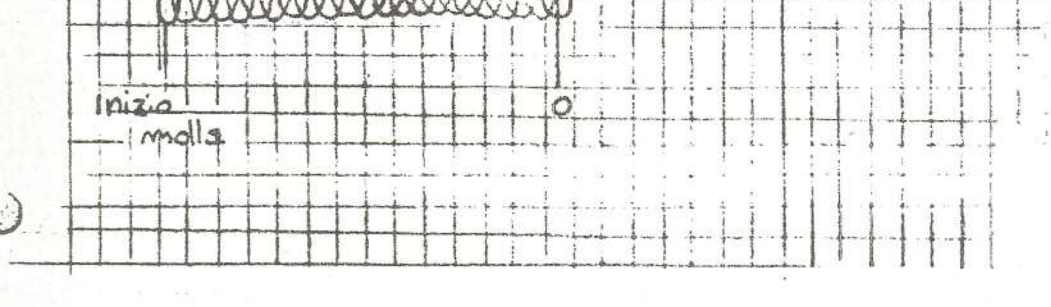
MODALITÀ DI ESECUZIONE

Prendere due fogli di carta millimetrata ed incollarli in modo da formare un unico foglio



Piegare il foglio a metà

Mettere la molla a riposo sul foglio e segnare l'inizio e la fine



Tarare il resto del foglio. 1 mol = 2 cm

0,5 mol = 1 cm

0,1 mol = 2 mm

Uso del dinamometro

SCOPO DELL'ESPERIMENTO - Effettuare alcune misurazioni col dinamometro e vedere la corrispondenza tra mol ed el

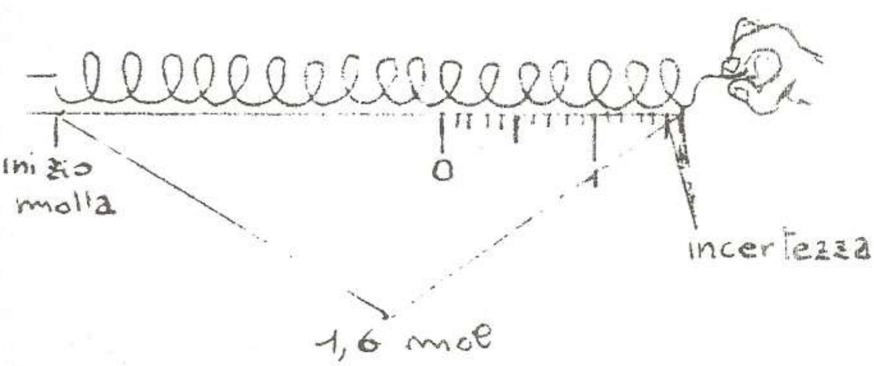
MATERIALE UTILIZZATO:

- Un elastico
- Una molla
- il dinamometro

MODALITÀ DI ESECUZIONE E DATI RACCOLTI

Tirare la molla ed effettuare alcune misurazioni

COME MISURARE



misurazioni:

$F = (4,8 \pm 0,1)$ mol

$F = (5,1 \pm 0,1)$ mol

$F = (4,9 \pm 0,1)$ mol

$F = (7,8 \pm 0,1)$ mol

$F = (11,2 \pm 0,1)$ mol

$F = (4,55 \pm 0,1)$ mol

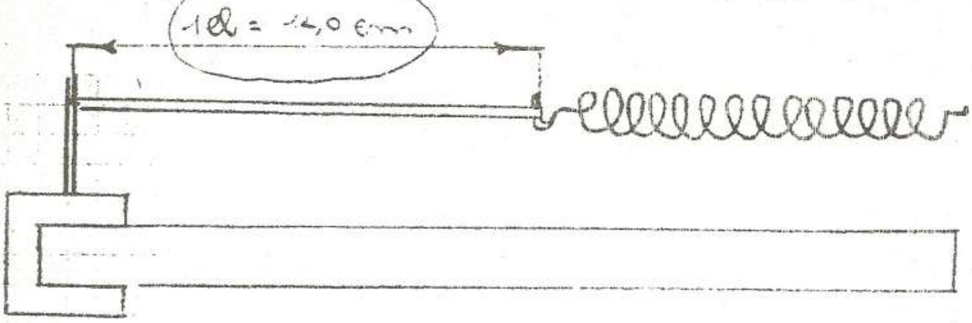
1 mol = ? el

1 el = ? mol

no !

1 el = forza che porta l'elastico a una lunghezza di 14,0 cm

Per risolvere queste uguaglianze montare in serie un elastico e una molla, tirare l'elastico di un el e vedere la lungh. della molla



1el = (3,60 ± 0,01) mol

CONCLUSIONE

Il dinamometro è uno strumento che ci permette di misurare delle forze.
Per sapere la corrispondenza tra 1 mol ed 1 el bisogna montare ~~una~~ in serie una molla e un elastico, tirare fino a che l'elastico è la una lunghezza di 14,0 cm di 1 el e misurare con la molla. La scala la forza in mol

Q U A R T A   L E Z I O N E

a) Concetto di forza come vettore applicato.

Contenuti
- forza come vettore: direzione, verso, intensita', punto di applicazione.
- leggi di composizione dei vettori.

PRIMA PARTE.

Materiale:

- foglio da disegno bianco
- goniometro
- 3 fili
- 3 molle uguali
- anello
- morsa da tavolo
- asticciola con gancio
- asticciola con fermo
- nastro adesivo
- squadra
- dinamometro (costruito nella lezione precedente)

Esecuzione.

Un oggetto (ad esempio l'anello che abbiamo a disposizione) sta fermo non solo quando e' appoggiato sul tavolo, ma anche quando viene tirato da parti opposte con le molle che abbiamo a disposizione (Fig. 4.1).

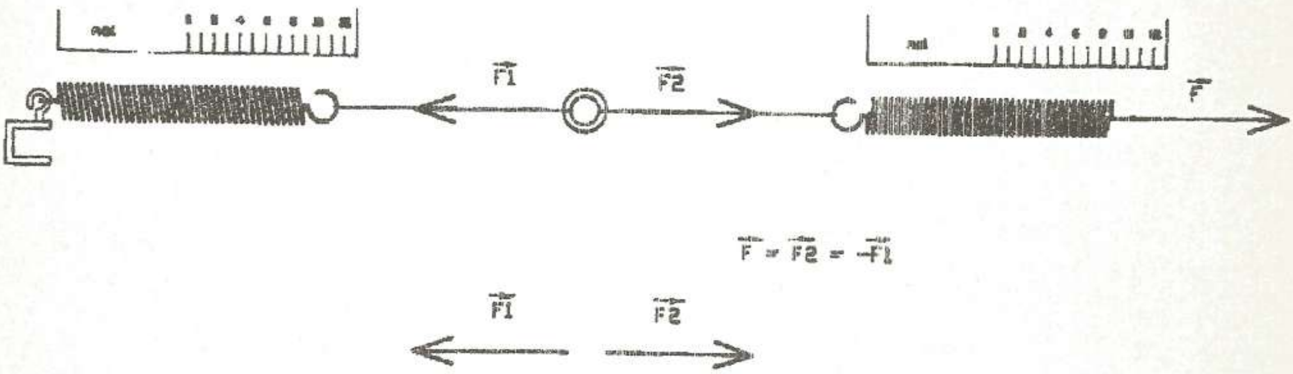


Fig. 4.1

A questo proposito occorre osservare che questo non avviene sempre ma solo quando sono verificate ben precise condizioni, e precisamente:
- i fili che tendono le due molle appartengono a una sola retta (ossia le due forze hanno la stessa DIREZIONE o appartengono alla stessa retta d'azione);

- occorre tirare entrambe le cordicelle che tendono le molle verso l'esterno (ossia le due forze hanno il VERSO opposto);
- le due molle devono essere tirate in modo da avere la stessa lunghezza (ossia, per quanto abbiamo visto nella lezione precedente, questo significa che le forze hanno la stessa INTENSITA');
- le due forze agiscono nello stesso punto in quanto possiamo pensare l'anello piccolo quanto vogliamo (ossia le due forze hanno lo stesso PUNTO DI APPLICAZIONE).

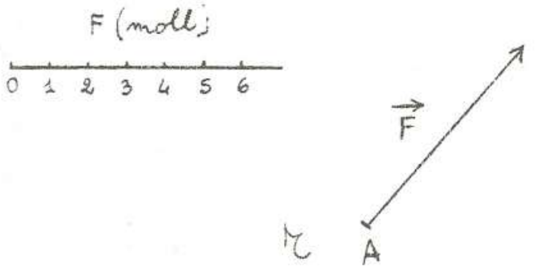
Ci si rende conto che una forza non è caratterizzata dalla sola intensità, ma anche da una direzione, un verso e un punto di applicazione.

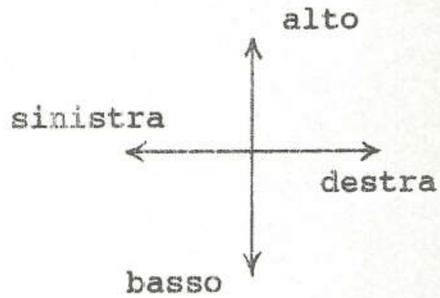
Le grandezze dotate di intensità, direzione, verso sono dette vettoriali , per distinguerle da quelle dotate solo di intensità (o valore) dette scalari .

La forza è una grandezza vettoriale particolare perchè è individuata oltre che da intensità, direzione e verso, anche dal punto di applicazione. Si dice anche che è un vettore applicato , per distinguerlo dagli altri vettori, detti liberi.

Per mostrare ai ragazzi che tutti i quattro elementi che la caratterizzano sono importanti, si può prendere in esame la forza necessaria per aprire una porta socchiusa. Basta far vedere che, data una piccola intensità, occorrono
- una direzione ortogonale alla porta, e non parallela,
- un verso opportuno, in tale direzione, perchè l'opposto fa chiudere l'uscio,
- un punto di applicazione sul lato della porta dove si trova la maniglia e non su quello dove si trovano i cardini.

Per rappresentare una forza si usa un segmento orientato, come nella figura seguente





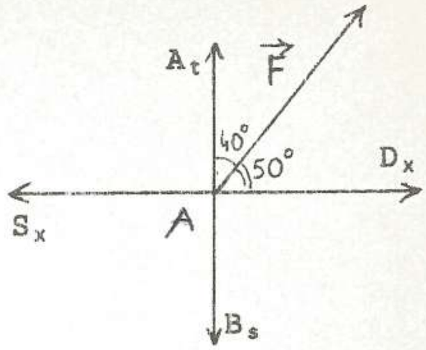
dove
- la lunghezza del segmento, riferita alla scala indicata a sinistra, fornisce l'intensità della forza;
- la retta r di appartenenza del segmento fornisce la direzione;
- la freccia indica il verso;
  (direzione e verso vanno riferiti a un sistema di assi cartesiani opportunamente scelto)
- A indica il punto di applicazione.

Nell'esempio considerato diremo che

$\vec{F}$ = 6,2 moll, 50° da destra verso l'alto, applicata in A

oppure

$\vec{F}$ = 6,2 moll, 40° dall'alto verso destra, applicata in A



<u>b) Equilibrio di un corpo soggetto a tre forze</u>

La situazione presentata nella precedente esperienza non e' l'unica in cui l'anello puo' restare immobile: possiamo infatti ottenere l'equilibrio anche con piu' di due forze.

Consideriamo dapprima il caso di tre molle disposte in modo tale che la retta d'azione della molla fissata alla morsa (che d'ora in poi chiameremo molla1) abbia la stessa direzione delle altre due molle (che d'ora in poi chiameremo molla2 e molla3), ossia la molla2 e la molla3 siano disposte in "parallelo".

Si possono presentare due casi

a) i fili della molla2 e della molla3 sono di lunghezza uguale (Fig. 4.2);

b) i fili della molla2 e della molla3 sono di lunghezza diversa (Fig. 4.3).

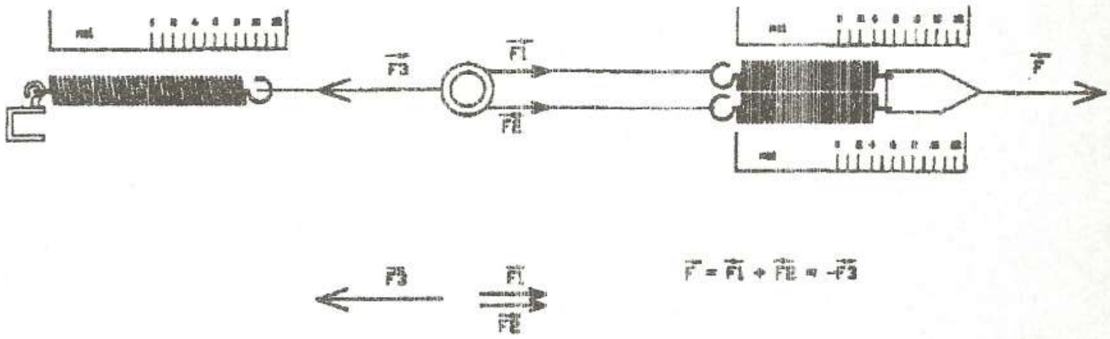


Fig. 4.2

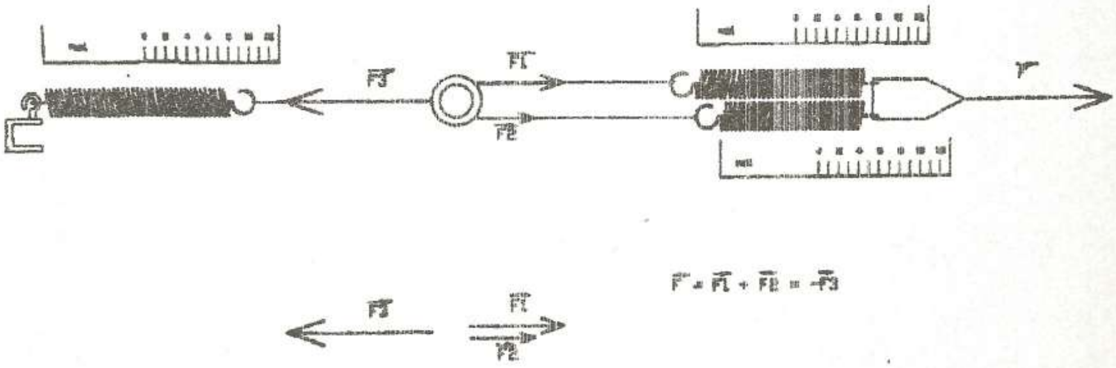


Fig. 4.3

In entrambi i casi si puo' notare che, affinche' l'anello sia fermo, occorre che la somma degli allungamenti delle molla2 e molla3 uguagli l' allungamento della molla1 (in particolare nel primo caso gli allungamenti delle molla2 e molla3 sono uguali).

Consideriamo poi il caso in cui le tre molle siano disposte in modo tale che la retta d' azione della molla fissata alla morsa sia la bisettrice dell' angolo formato dalle rette d' azione delle altre due molle (Fig.4.4).

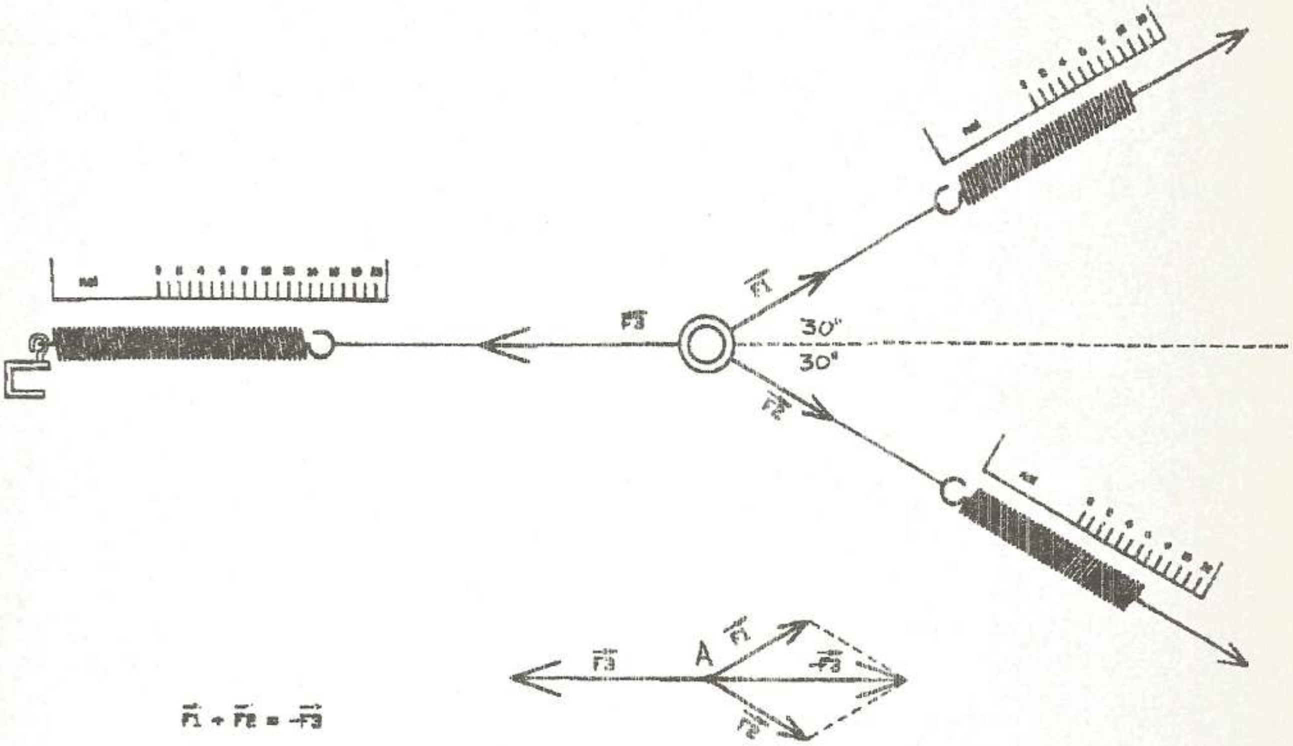


Fig. 4.4

Quando l'anello non si muove possiamo osservare che le due molle non fissate alla morsa sono allungate in modo uguale ossia le due forze hanno la stessa intensita'.
In questo caso pero' la somma dei valori degli allungamenti delle molla2 e molla3 non da' il valore dell'allungamento della molla1.
Si fa notare che l'azione combinata di molla2 e molla3 equivale all' applicazione di una forza opposta a molla1 .

A questo punto si constata che la diagonale del parallelogramma costruito sulle forze F_2 , F_3 , entrambe applicate in A, fornisce un vettore opposto ad F_1 , applicato nello stesso punto. Cio' significa che l' effetto combinato delle due forze coincide con una forza calcolabile come la diagonale del parallelogramma.

Si possono fare delle verifiche anche con angoli diversi .

Il risultato che si ottiene e' sempre lo stesso: le forze si sommano sempre seguendo la regola del parallelogramma .

Abbiamo cosi' verificato sperimentalmente, entro gli errori di misura, la LEGGE DELLA COMPOSIZIONE DELLE FORZE. Per avere degli errori piccoli e' opportuno allungare la molla fissa (molla1) il piu' possibile .

Un modo di procedere per poter disegnare sul foglio le direzioni delle varie forze e' il seguente:

- una volta fissata la molla1 al tavolo la si allunga;
- si fissa il foglio con il nastro adesivo in modo che l'anello sia circa a meta' del foglio;
- si disegna sul foglio una retta che indichi la direzione della molla (o meglio del filo a cui e' attaccata) e si segna il centro della rondella;
- si applicano le altre due molle in modo tale che la rondella non si sposti dal punto iniziale;
- si disegnano altre due rette che indichino le direzioni di molla2 e molla 3;
- si segna, eventualmente con un colore diverso, l'equilibrante della forza applicata dalla molla1.

In questo modo possiamo anche apprezzare l' errore da noi commesso (a questo proposito si puo' dire che un errore di circa 2 gradi tra la direzione teorica e quella sperimentale o lo scostamento di circa 2 mm tra le punte dei vettore teorico e quello sperimentale sono tollerati).

Per rinforzare i concetti acquisiti si puo' far vedere che anche costruendo il parallelogrammo con le altre due forze (molla1 e molla2 o molla1 e molla3) vale ancora la legge di composizione enunciata in precedenza.

In un sistema di tre forze complanari in equilibrio, ciascuna e' equilibrante per le altre due:

$$\vec{F1} = - (\vec{F2} + \vec{F3}) \quad ; \quad \vec{F2} = - (\vec{F1} + \vec{F3}) \quad ; \quad \vec{F3} = - (\vec{F1} + \vec{F2})$$

<u>c) Massa e peso</u>.

Materiale:

- morsetto doppio
- morsa da tavolo
- asta corta con gancio
- asta verticale
- dinamometro
- bilancia a bracci uguali
- portapesetti da 10 g
- 5 pesetti da 50 g
- oggetti vari (biglie, tondini di ferro, ecc.)

Si monta l'apparecchiatura (Fig. 4.5).

Dopo che la molla e' stata appesa al gancio si fa' osservare che la sua lunghezza e' diversa da quella che aveva se appoggiata ad un piano orizzontale (perche'? : se si e' allungata vuol dire che vi e' una forza che agisce su di essa).

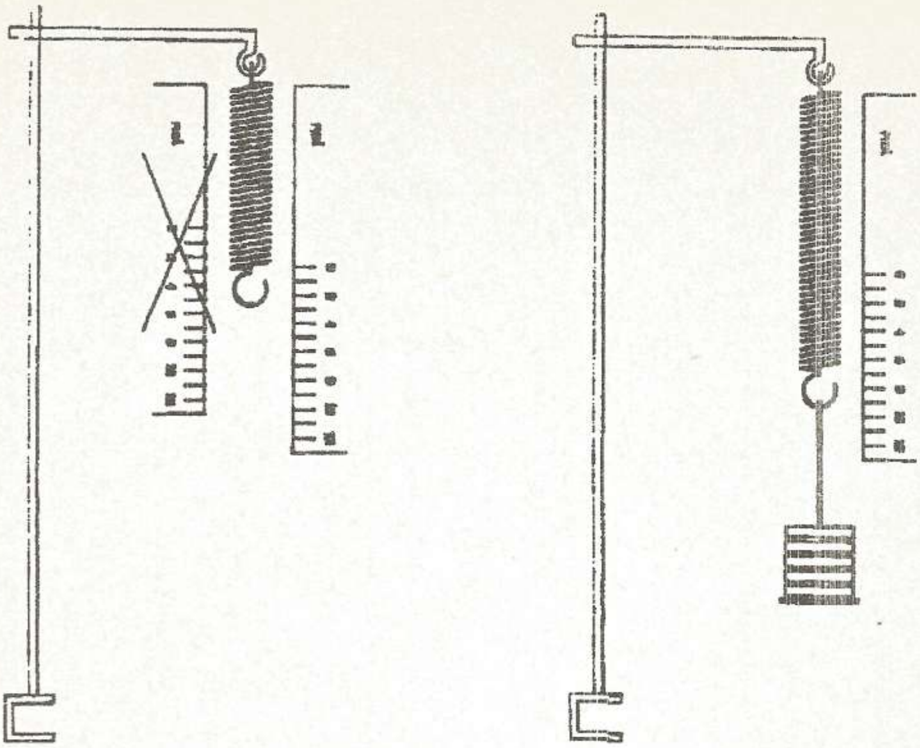


Fig. 4.5

Poiche' la molla si e' allungata devo ridefinire sul dinamometro la lunghezza iniziale, devo cioe' AZZERARE IL DINAMOMETRO .

Esercito con la mano una forza sulla molla e vedo che essa, come avveniva quando era disposta orizzontalmente, si allunga.

Appendo poi un oggetto alla molla e vedo che essa si allunga di nuovo. Questo vuol dire che esiste una forza, ossia che l' oggetto appeso esercita una forza sulla molla .

In base a quanto fatto precedentemente posso affermare che questa forza ha le seguenti caratteristiche:

- DIREZIONE : verticale rispetto al pavimento;
- VERSO : dall' alto al basso;
- INTENSITA': quella segnata dal dinamometro;
- PUNTO DI APPLICAZIONE : dove e' fissato il corpo.

nel centro del corpo

A questa forza diamo il nome di PESO dell'oggetto.

A ogni oggetto possiamo percio' associare sia un peso che una massa (che deve ovviamente gia' essere stata introdotta in modo operativo come quella proprieta' dei corpi misurabile con una bilancia a bracci uguali e in modo intuitivo come "quantita' di materia").

In particolare possiamo schematizzare:

Grandezza	MASSA	PESO
Strumento di misura	Bilancia a bracci uguali	Dinamometro
Unita' di misura	grammo	moll

E' evidente che le due grandezze sono diverse, se non altro perche' la prima e' una grandezza scalare e la seconda e' una grandezza vettoriale.

Vediamo pero' se possiamo trovare qualche relazione tra di esse.

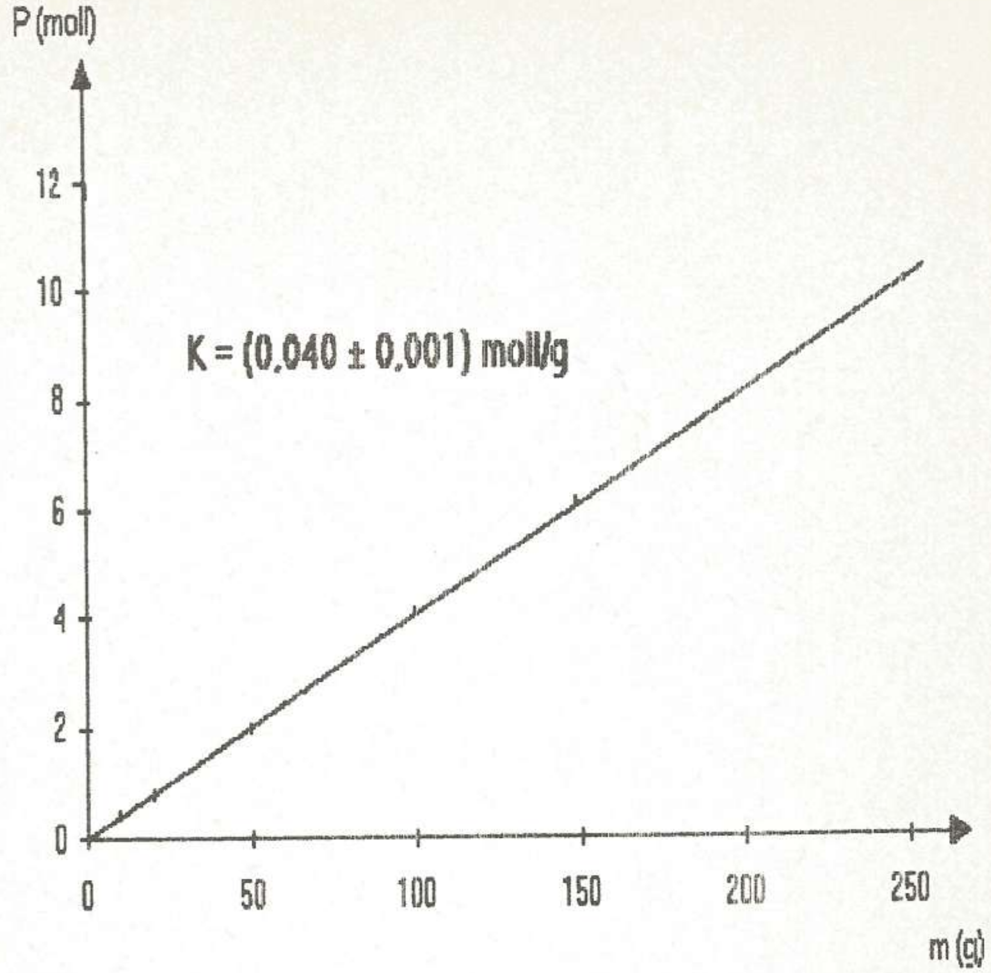
Si fanno misure di massa e di peso per vari oggetti e si riportano su una tabella:

TABELLA DI GRUPPO

Oggetto	massa (g)	forza peso (moll)
porta pesetti	9,98 ± 0,01	0,4 ± 0,1
porta pesetti con 1 pesetto piccolo	19,95 ± 0,02	0,8 ± 0,1
porta pesetti con 4 pesetti piccoli	49,80 ± 0,03	2,0 ± 0,1
porta pesetti con 4 pesetti piccoli e 1 grande	99,64 ± 0,04	4,1 ± 0,1
porta pesetti con 4 pesetti piccoli e 2 grandi	149,28 ± 0,05	6,1 ± 0,1
porta pesetti con 4 pesetti piccoli e 4 grandi	249,11 ± 0,06	10,1 ± 0,1
biglie	25,57 ± 0,01	1,1 ± 0,1

Per ogni oggetto e' opportuno misurare contemporaneamente sia la massa che il peso.
L' incertezza sul peso puo' essere presa pari a piu' o meno 1/10 di moll (vedi taratura della molla).

Si riportano i valori della tabella su un grafico con la massa in ascisse e l'intensità della forza in ordinate e si traccia la linea che meglio approssima i dati (Fig. 4.6).



Si vede che tale linea e' una retta passante per l'origine, quindi le due grandezze sono direttamente proporzionali.

Questo significa che il loro rapporto e' costante e che la costante non dipende dal tipo di corpo con cui abbiamo a che fare (per questo abbiamo adoperato materiali diversi quali rondelle di ferro, anelli di rame, biglie di vetro, ecc.).

La costante si ottiene calcolando la pendenza della retta.

Con i dati a nostra disposizione otteniamo il valore seguente:

$$K = (\ 0{,}040 \pm 0{,}001\ )\ \frac{\text{moll}}{\text{g}} = (\ 40 \pm 1\ )\ \frac{\text{moll}}{\text{kg}}$$

Poiche' tale costante non dipende dal tipo di corpo considerato possiamo pensare che si riferisca a una proprieta' di questa zona (sulla Luna troveremmo dei risultati differenti?).

A tale proprieta' diamo il nome di campo gravitazionale .

Quindi

$$K = P\ /\ m$$

P = peso, in moll
m = massa, in g
K = campo gravitazionale, in moll/g o in moll/kg

Possiamo a questo punto calcolarci questo valore in unita' del Sistema Internazionale.

"L' unita' di forza del Sistema Internazionale e' il Newton (N) che rappresenta pressapoco il peso di un decilitro di acqua".

In altre parole un oggetto di massa un ettogrammo ha il peso di circa un Newton.

Appendendo un corpo di massa un etto al nostro dinamometro troviamo il fattore di conversione moll ---> N.

Dai nostri dati risulta che un oggetto di massa 0,10 kg pesa 4,0 moll per cui

$$4{,}0 \text{ moll} = 1{,}0 \text{ N}$$

$$1{,}0 \text{ moll} = 0{,}25 \text{ N.}$$

Il campo gravitazionale sarà allora

$$K = 40 \frac{\text{moll}}{\text{kg}} = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$$

A questo punto si puo' anche dare la misura rilevata con esperimenti piu' precisi (effettuati a Mantova tra il 1920 e il 1930):

$$g = 9{,}806 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$$

Si noti che al posto di K abbiamo messo la lettera g semplicemente perche' e' uso indicare questa costante con il simbolo g.

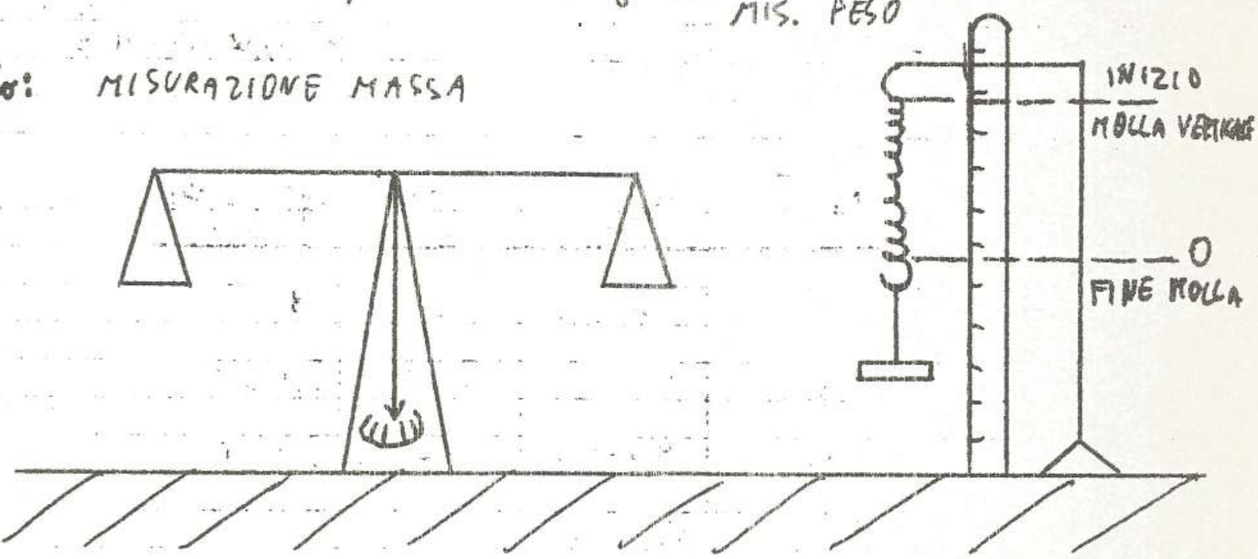
PESO E MASSA

Scopo: determinare la relazione che c'è tra massa e peso

Materiale: bilancia a bracci uguali, dinamometro, sostegno, pesetti oggetto

PESETTI: 4 piccoli e 1 grosso

Montaggio: MISURAZIONE MASSA



Procedimento: Per poter procedere bisogna prima vedere la differenza tra peso e massa

	PESO	MASSA
grandezza fisica	forza	quantità di materia
strumento di misura	dinamometro	bilancia a bracci uguali
unità di misura	mol, el, N	Kg, g, ecc.
grandezza	grandezza vettoriale	grandezza scalare
simbolo	$\vec{P}$	m

Prendiamo 5 ~~oggetti~~ pesetti e ne determiniamo M e $\vec{P}$

Operazioni:

1) azzeramento dinamometro (in verticale)

2) azzeramento e taratura bilancia

3) Prendere un oggetto e determinare $\vec{P}$ e m

4) " 2 " ecc.

5) " il noto " e fare esperimento

DATI:

oggetti	m (g)	$\vec{P}$ (mol)	$\frac{P}{m}$ $\left(\frac{mol}{g}\right)$
0	0,00 ± 0,01	0,0 ± 0,1	0
2 pes	29,76 ± 0,01	1,2 ± 0,1	0,040
4 pes	49,57 ± 0,01	2,0 ± 0,1	0,040
1 Pes	59,58 ± 0,01	2,3 ± 0,1	0,038
1 Pes + 2 pes	79,50 ± 0,01	3,1 ± 0,1	0,038
1 Pes + 4 pes	99,23 ± 0,01	3,9 ± 0,1	0,039
Astuccio	68,12 ± 0,01	2,7 ± 0,1	0,039

$$\frac{P}{m} = (0,039 \pm 0,001) \frac{mol}{g}$$

Vedi grafico $P = 0,045 \frac{mol}{g}$

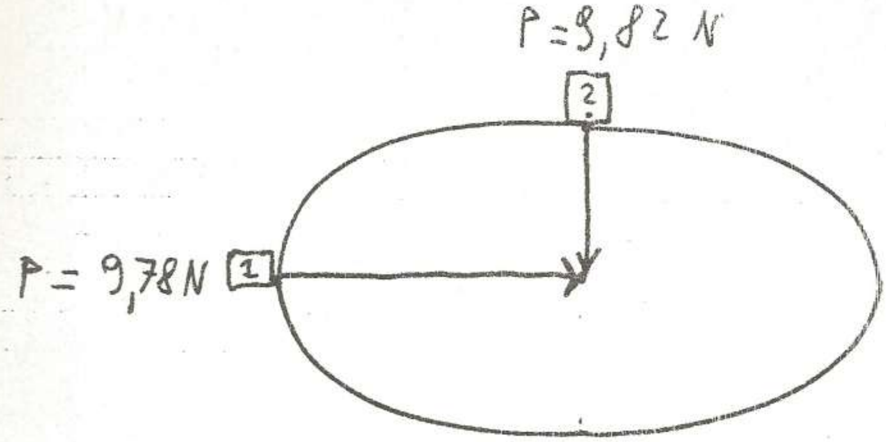
Conclusioni: $\vec{P}$ e m sono direttamente proporzionali perché il grafico è una retta uscente dall'origine

$$\frac{P}{m} = K$$

Il valore della costante dipende dal luogo dove si compie l'esperimento perché ~~quando~~ la massa è costante ma il peso essendo la forza

4c.2

con cui si attrae la terra cambia a seconda della vicinanza o lontananza dal centro



(LA TERRA E' ESAGERATAMENTE SCHIACCIATA PER UNA MIGLIORE COMPRENSIONE)

Il peso è riferito ad un corpo di massa 1 Kg

$$m\boxed{1} = m\boxed{2}$$
$$\vec{P}\boxed{1} > \vec{P}\boxed{2}$$

Il rapporto $\frac{P}{m}$ da l'intensità dell'attrazione che si chiama campo gravitazionale

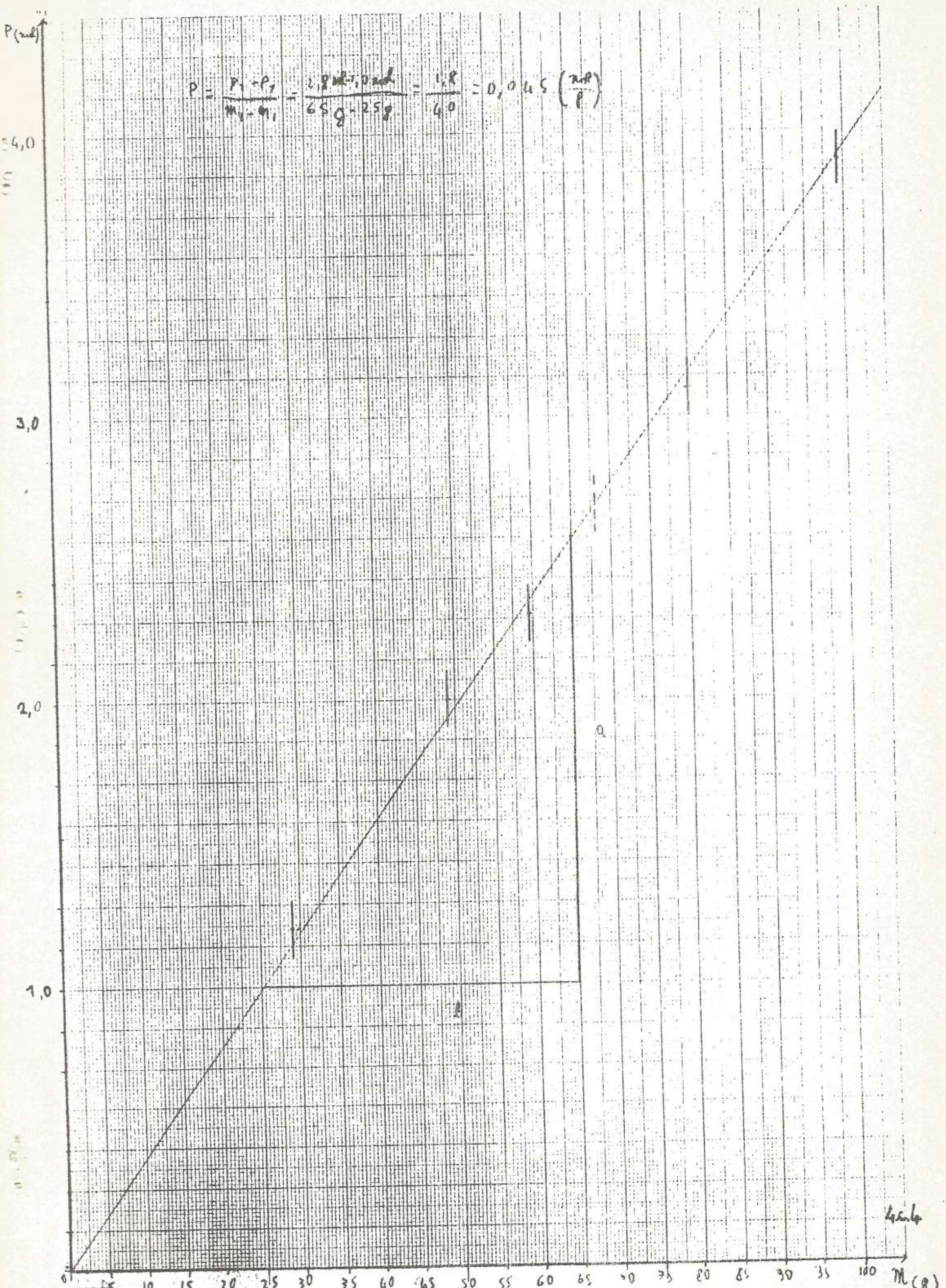
$$\frac{P}{m} = g$$

L'unità di misura internazionale di g è

$$\cancel{g =} \frac{N}{Kg}$$

g è una grandezza ~~verticale~~ vettoriale che tira sempre in verticale dall'alto verso il basso.

Questa forza ci permette di stare a contatto con la terra



P(rad)
$P = \frac{P_2 - P_1}{m_2 - m_1} = \frac{2,8\,rad - 1,0\,rad}{65\,g - 25\,g} = \frac{1,8}{40} = 0,045 \left(\frac{rad}{g}\right)$
4,0
3,0
2,0
1,0
a
b
0
5
10
15
20
25
30
35
40
45
50
55
60
65
70
75
80
85
90
95
100
M (g)